Univ.-Prof. Dr. Rainer Baule

Modul 32831

Finanzwirtschaftliche Bewertungstheorie und Kreditrisikomanagement

Kurs 42311: Kreditrisikomanagement
Kurseinheit 1: Messung und Steuerung von Kreditrisiken auf Einzelgeschäftsebene

LESEPROBE

wirtschafts
wissenschaft

FernUniversität in Hagen

1.4 Unternehmenswertmodelle zur Kreditbewertung

1.4.1 Das Merton-Modell

1.4.1.1 Grundidee des Modells

Im letzten Abschnitt ist deutlich geworden, dass sich die Bonitätsprämie und damit der Credit Spread nicht ohne Weiteres aus der Ausfallwahrscheinlichkeit (und der Rückzahlungsquote) berechnen lässt, da der Credit Spread auch von der Risikoaversion am Markt maßgeblich beeinflusst wird. In diesem Abschnitt gehen wir einen anderen Weg mit dem Ziel der Bestimmung des Credit Spread. Hierzu betrachten wir einen modelltheoretischen Ansatz, der den Ausfall eines Unternehmens modelliert, ohne dass die Ausfallwahrscheinlichkeit oder ein Rating exogen bekannt sein muss.

Ziel: Modelltheoretische Bestimmung des Credit Spread

Die Idee dieses modelltheoretischen Ansatzes besteht darin, den Ausfall über die Entwicklung der **Unternehmensaktiva** (also des Vermögens bzw. des Unternehmenswertes) zu erklären. Dabei wird auf den Tatbestand der Überschuldung abgestellt: Der Ausfall tritt ein, wenn das Vermögen (also der Wert der Unternehmensaktiva) geringer ist als die Schulden.

Ausfall bei Überschuldung

Für die Entwicklung der Unternehmensaktiva wird dabei ein **stochastischer Prozess** unterstellt. Das bedeutet, diese Entwicklung ist zufällig, folgt aber bestimmten statistischen Vorschriften. Zusammenfassend lässt sich die Idee eines **Unternehmenswertmodells** zur Kreditbewertung wie folgt darstellen:

Unternehmenswert folgt stochastischem Prozess

- Der Ausfall wird durch den Wert der Unternehmensaktiva bestimmt.
- Der Wert der Unternehmensaktiva folgt einem stochastischen Prozess.
- Ist der Wert der Unternehmensaktiva kleiner als das nominale Fremdkapital, fällt das Unternehmen aus.

Die Idee der Unternehmenswertmodelle geht zurück auf Merton (1974).[29] In seinem grundlegenden Ansatz hat Merton die Modellierung hinsichtlich der

[29] Die Modelle werden daher auch Merton-Modelle genannt. Im englischen Sprachraum sind die Bezeichnungen firm-value model, asset-value model und Merton-style model gebräuchlich.

Fremdkapitalstruktur des Unternehmens sowie des stochastischen Prozesses konkretisiert. Für die Fremdkapitalstruktur gilt:

Fremdkapital besteht aus einfachem Zerobond

- Es wird die einfachstmögliche Situation unterstellt: Das Unternehmen hat einen einzigen Zerobond begeben (bzw. einen endfälligen Kredit ohne zwischenzeitliche Zins- oder Tilgungszahlungen aufgenommen).
- Ist der Wert der Unternehmensaktiva bei Fälligkeit des Zerobonds größer als dessen Nominalwert, so wird der Zerobond aus dem Unternehmensvermögen getilgt.
- Ist der Wert hingegen geringer, so fällt das Unternehmen aus, und die Unternehmensaktiva gehen an die Fremdkapitalgeber über.

Friktionsloser Übergang des Unternehmens an Fremdkapitalgeber bei Ausfall

Der dritte Punkt ist entscheidend für das Modellverständnis. Tritt der Ausfall ein, erhalten die Fremdkapitalgeber nicht wie versprochen den Nominalwert des Zerobonds zurück, sondern bekommen das, was an Unternehmenswert noch übrig bleibt. In der Praxis würde ein Insolvenzverwalter das verbleibende Unternehmensvermögen (also die Aktiva) liquidieren und den Erlös an die Fremdkapitalgeber auszahlen. Im Modell wird unterstellt, dass dieser Prozess **ohne Friktionen** abläuft. Das bedeutet, dass keine Preisabschläge bei der Liquidation hinzunehmen sind, dass keine Kosten für den Insolvenzverwalter und dessen Tätigkeit anfallen, und dass keine zeitliche Verzögerung bei der Liquidation auftritt. Diese Annahme stellt natürlich eine starke Vereinfachung der Realität dar und wird in der Modellanalyse bzw. -kritik noch zu würdigen sein.

Marktwert der Aktiva bestimmt Ausfall

Die Situation bei Fälligkeit des Zerobonds kann anhand einer stilisierten **Bilanz nach Marktwerten** veranschaulicht werden (vgl. Abbildung 1.18). Wichtig ist hierbei der Zusatz *nach Marktwerten*: Es handelt sich nicht um Buchwerte der Aktiva, sondern um deren Werte *auf einem vollkommenen Markt*. Die Bedeutung dieser Annahme wird klar, wenn man sich vor Augen hält, dass die Fremdkapitalgeber *aus dem Vermögen des Unternehmens* bezahlt werden. Es werden hierzu Vermögensgegenstände (also Aktiva) auf dem vollkommenen Markt ohne Friktionen verkauft, um mit dem Erlös die Fremdkapitalgeber zu bedienen. Der Erlös entspricht dem Marktwert – genau dann also, wenn der Marktwert der Aktiva größer (oder gleich) als der zurückzuzahlende Nominalwert des Zerobonds ist, kann diese Rückzahlung ordnungsgemäß erfolgen, und es tritt kein Ausfall ein.

Aus den Modellannahmen lassen sich **Rückzahlungen** an die Eigenkapitalgeber sowie die Fremdkapitalgeber bei Ausfall und bei Nicht-Ausfall ableiten.

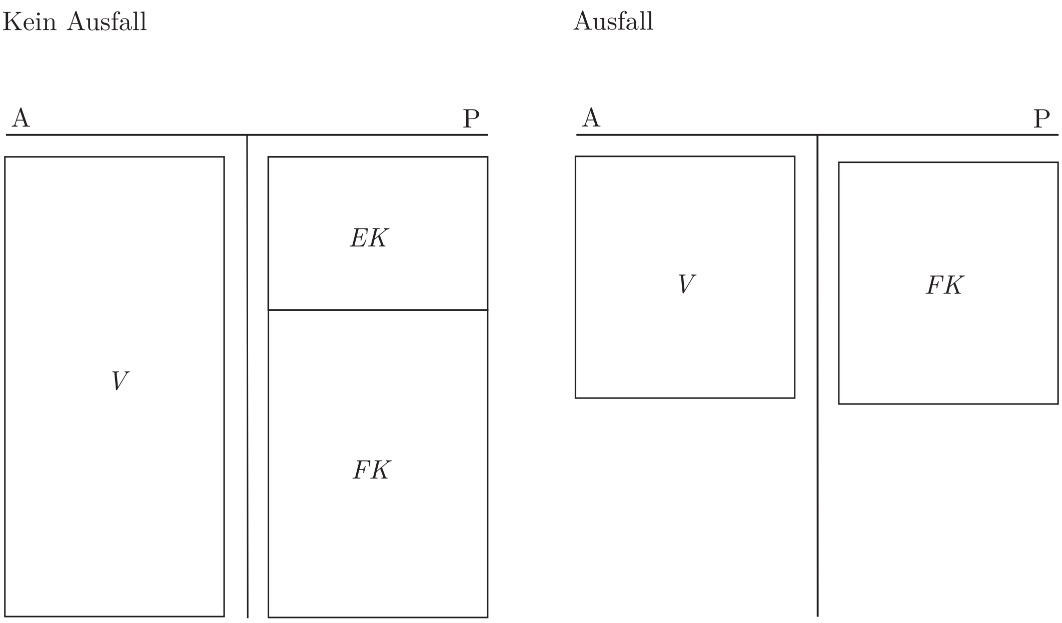

Abbildung 1.18. *Bilanz nach Marktwerten bei Ausfall und Nicht-Ausfall im Merton-Modell.*

(Dabei kann gedanklich unterstellt werden, dass das Unternehmen nach Rückzahlung des Fremdkapitals liquidiert wird.) Es sei V_T der Unternehmenswert bei Fälligkeit T des Zerobonds mit Nominalwert NW.

- Kein Ausfall tritt ein, wenn der Unternehmenswert größer ist als der Nominalwert des Zerobonds, also wenn $V_T \geq NW$. Dann wird der Zerobond ordnungsgemäß zurückgezahlt, und die Fremdkapitalgeber erhalten den Betrag NW. Die Eigenkapitalgeber erhalten den Rest, also $V_T - NW$.
- Der Ausfall tritt ein, wenn der Unternehmenswert kleiner ist als der Nominalwert des Zerobonds, also wenn $V_T < NW$. Dann übertragen die Eigenkapitalgeber anstelle einer ordnungsgemäßen Rückzahlung des Zerobonds das Unternehmen (bzw. deren Aktiva) an die Fremdkapitalgeber. Diese erhalten also V_T. Die Eigenkapitalgeber gehen leer aus, erhalten also 0.

Die Situation ist anhand von Tabelle 1.9 noch einmal dargestellt.

In Abbildung 1.19 sind die Rückzahlungsprofile grafisch dargestellt.

	$V_T \geq NW$	$V_T < NW$
	Kein Ausfall	Ausfall
Eigenkapitalgeber	$V_T - NW$	0
Fremdkapitalgeber	NW	V_T

Tabelle 1.9. *Rückzahlungen im Merton-Modell.*

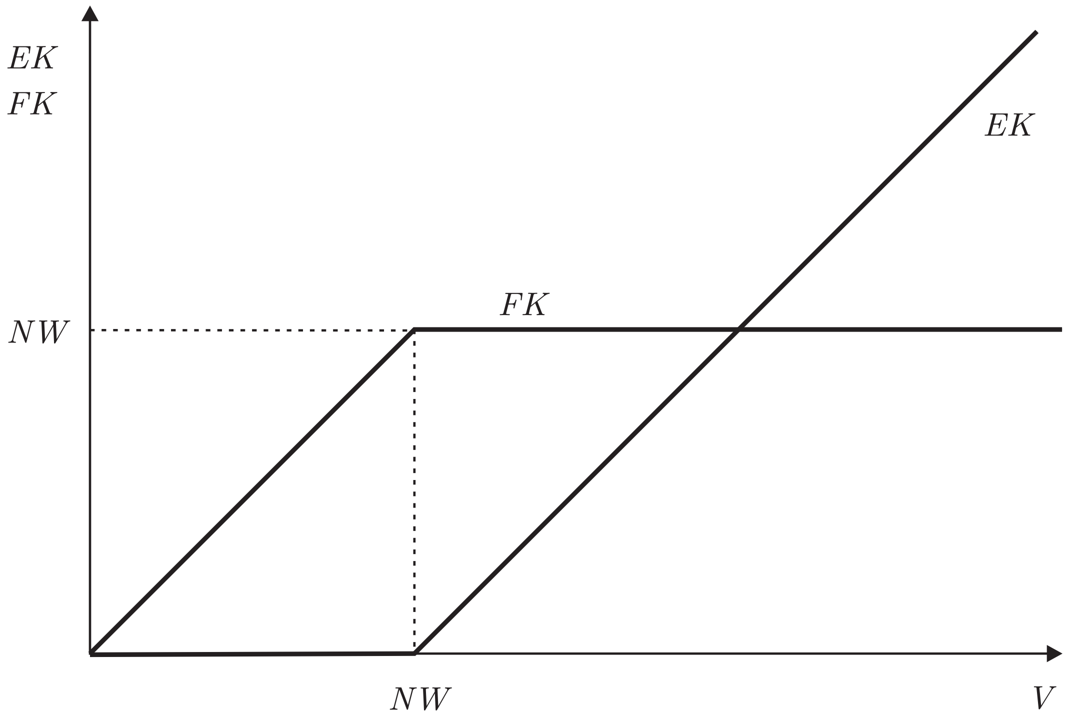

Abbildung 1.19. *Rückzahlungsprofile für Eigen- und Fremdkapital im Merton-Modell.*

1.4.1.2 Optionstheoretische Interpretation

Call-Variante

Die Situation lässt eine **optionstheoretische Interpretation** zu. Wie wir sehen werden, sind es sogar zwei alternative, aber äquivalente Interpretationen. Wir betrachten zunächst die *Call-Variante*:

FK-Geber sind Eigentümer

In der Call-Variante sind die Fremdkapitalgeber gedanklich die Eigentümer des Unternehmens. Die Eigenkapitalgeber haben jedoch das Recht, den Fremdkapitalgebern das Unternehmen abzukaufen, indem sie den Zerobond ordnungsgemäß zurückzahlen.

Dieses Recht entspricht einer **europäischen Kaufoption**. Underlying der Kaufoption ist *das Unternehmen als Ganzes* (bzw. sind die Aktiva). Basispreis ist der Nominalwert des Zerobonds, und die Fälligkeit der Option entspricht der des Zerobonds.

Gemäß dieser Interpretation stellt der Eigenkapitalkontrakt eine Kaufoption (einen Call) dar. Die Eigenkapitalgeber werden die Option ausüben, wenn sie im Geld ist, wenn also $V_T \geq NW$ – sie zahlen den Basispreis NW an die Fremdkapitalgeber und erhalten dafür das Unternehmen. Ist die Option bei Fälligkeit hingegen nicht im Geld, wenn also $V_T < NW$, lassen die Eigenkapitalgeber die Option verfallen – sie bezahlen die Fremdkapitalgeber nicht, und Letztere behalten das Unternehmen, dessen Eigentümer sie ja bereits sind.

Eigenkapital ist Kaufoption auf das Unternehmen

Diese Interpretation sollte man in Ruhe auf sich wirken lassen. Sie mag auf den ersten Blick etwas seltsam erscheinen – wieso sollten die Fremdkapitalgeber Eigentümer des Unternehmens sein? Aber so weit hergeholt ist die Interpretation gar nicht. Wenn jemand ein Haus gebaut und durch einen Bankkredit finanziert hat, fällt häufig der Satz: „Das Haus gehört mir gar nicht – das Haus gehört (noch) der Bank!”. Ein solcher Bauherr findet dieselbe Interpretation: Das Haus gehört den Fremdkapitalgebern, und er hat die Option, durch Tilgung des Kredites das Haus von den Fremdkapitalgebern (der Bank) zu erwerben.[30]

Put-Variante

In einer alternativen optionstheoretischen Interpretation sind die Eigenkapitalgeber Eigentümer des Unternehmens und schulden den Fremdkapitalgebern die Rückzahlung des Zerobonds. Sie haben aber das Recht, den Fremdkapitalgebern anstelle der Rückzahlung das Unternehmen zu überlassen.

EK-Geber sind Eigentümer

Dieses Recht kann als **europäische Verkaufoption** interpretiert werden: Die Überlassung des Unternehmens anstelle der Rückzahlung des Zerobonds entspricht dem *Verkauf des Unternehmens zum Preis des Zerobonds*. Die Fremdkapitalgeber zahlen einen Betrag in Höhe des Nominalwerts des Zerobonds – wobei sich diese Zahlung mit der vertraglichen Rückzahlung des Zerobonds seitens der Eigenkapitalgeber aufhebt, so dass per Saldo keine Zahlung erfolgt – und erhalten dafür das Unternehmen.

[30] Im Gegensatz zu einem Unternehmen mit beschränkter Haftung ist der Bauherr natürlich verpflichtet, den Kredit auch dann zu tilgen, wenn das Underlying der „Option” – das Haus – durch äußere Umstände einen Wertverlust unter die zu tilgende Kreditschuld erlitten haben sollte.

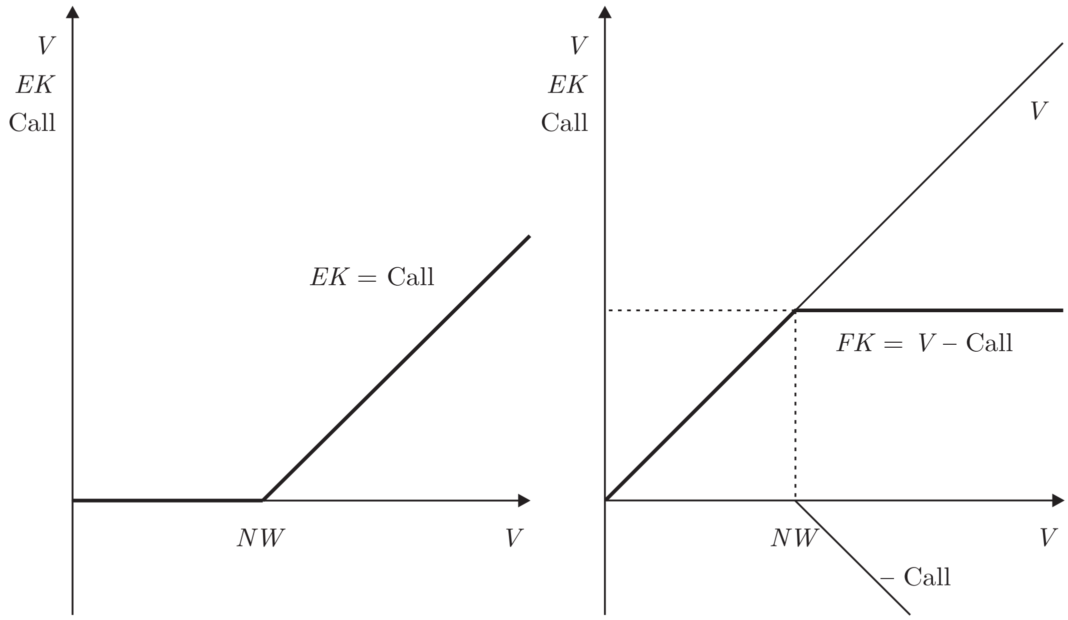

Abbildung 1.20. *Interpretation des Merton-Modells über eine europäische Call-Option (Payoff-Diagramm).*

Eigenkapital beinhaltet Verkaufoption auf das Unternehmen

Dabei entscheiden die Eigenkapitalgeber, ob der Verkauf erfolgt. Sie besitzen demnach die Long-Position in einer Verkaufoption (einem Put), die es ihnen ermöglicht, den Fremdkapitalgebern das Unternehmen zum Preis des Zerobonds anzudienen. Sie werden diese Option ausüben, wenn der Wert des Unternehmens (des Underlyings der Option) unterhalb des Nominalwerts des Zerobonds (des Basispreises der Option) liegt – also wenn der Ausfall eintritt.

Gemäß dieser Interpretation setzt sich die Position der Eigenkapitalgeber zusammen aus dem Unternehmen V, einem verkauften *ausfallrisikofreien* Zerobond ZB mit Nominalwert NW und einem Long Put auf das Unternehmen mit Basispreis NW. Der Zerobond ist in dieser Betrachtung ausfallrisikofrei, da er in jedem Fall zurückgezahlt wird – allerdings wird bei Ausfall des Unternehmens (also wenn $V_T < NW$) die Put-Option ausgeübt, die die Fremdkapitalgeber zu einer Zahlung in gleicher Höhe verpflichtet, so dass sie per Saldo dann keine Zahlung erhalten.

Fremdkapital beinhaltet Short Put auf das Unternehmen

Die Fremdkapitalgeber besitzen einen ausfallrisikofreien Zerobond und zusätzlich die Stillhalterposition (Short-Position) in der Put-Option. Bei Nicht-Ausfall (also wenn $V_T \geq NW$) lassen die Eigenkapitalgeber die Option verfallen und behalten das Unternehmen mit Wert V_T, und die Fremdkapitalgeber erhalten die vereinbarte Rückzahlung NW. Bei Ausfall (also wenn $V_T < NW$) üben die Eigenkapitalgeber die Option aus und verkaufen das Unternehmen zum Preis NW an die Fremdkapitalgeber. Gleichzeitig zahlen sie den Zerobond zurück, behalten per Saldo also 0. Die Fremdkapitalgeber erhalten die Rückzahlung des Zerobonds, müssen aber gleichzeitig den Preis NW zum Kauf des Unternehmens zahlen. Per Saldo resultiert der Erhalt des Unternehmen mit Wert V_T ohne weitere Zahlungen.

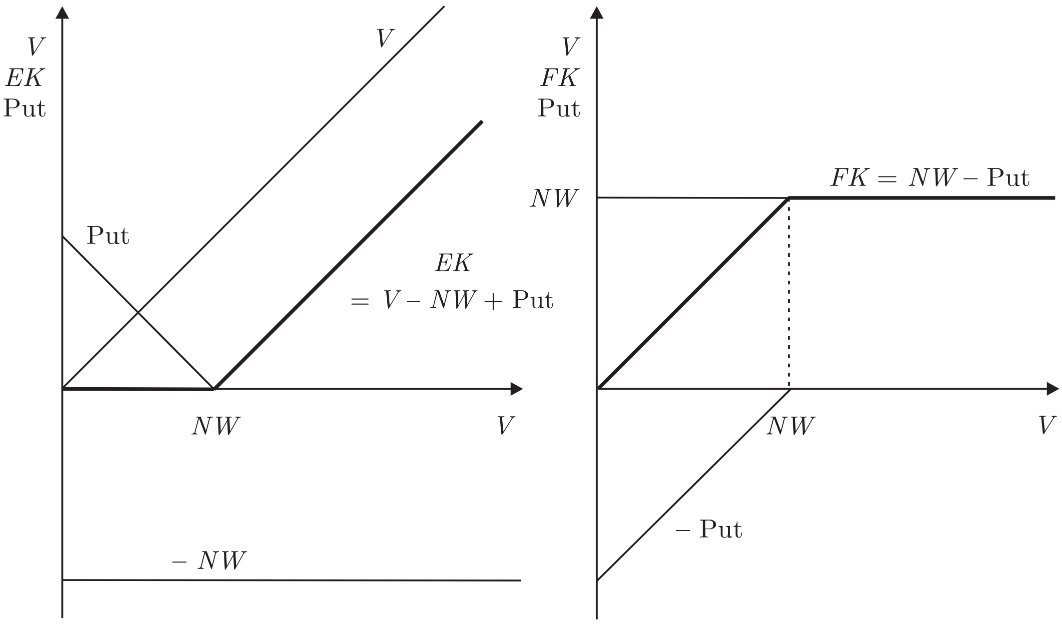

Abbildung 1.21. *Interpretation des Merton-Modells über eine europäische Put-Option (Payoff-Diagramm).*

Zusammenführung beider Interpretationen

Beide Interpretationen – die Call-Variante und die Put-Variante – sind logisch schlüssig und beschreiben denselben Sachverhalt. In Tabelle 1.10 sind die Positionen von Eigen- und Fremdkapitalgebern in beiden Varianten noch einmal zusammengefasst.

	Call-Variante	Put-Variante
Eigenkapitalgeber	Call	$V - ZB + \text{Put}$
Fremdkapitalgeber	$V - \text{Call}$	$ZB - \text{Put}$

Tabelle 1.10. *Positionen von Eigen- und Fremdkapitalgebern im Merton-Modell.*

Der Zusammenhang beider Interpretationen wird über die **Put-Call-Parität** deutlich:[31] Da beide Interpretationen richtig sind, muss für die Eigenkapitalgeber gelten

$$\text{Call} = V - ZB + \text{Put}, \tag{1.84}$$

und für die Fremdkapitalgeber

$$V - \text{Call} = ZB - \text{Put}. \tag{1.85}$$

Beide Gleichungen folgen unmittelbar aus der Put-Call-Parität.

1.4.1.3 Berechnung der Bonitätsprämie

Aus der Interpretation der Fremdkapitalposition in der Put-Variante lässt sich eine bemerkenswerte Schlussfolgerung ziehen. Die Position der Fremdkapitalgeber (die in Summe ja einen ausfallrisikobehafteten Zerobond ZB^* besitzen) setzt sich zusammen aus einem ausfallrisikofreien Zerobond ZB und einer Short-Position in einem Put auf das Unternehmen:

$$ZB^* = ZB - \text{Put}. \tag{1.86}$$

Wert der Put-Option gleich Bonitätsprämie

Die Differenz aus ausfallrisikofreiem und ausfallrisikobehaftetem Zerobond entspricht also der Put-Option. Wenn wir uns in Erinnerung rufen, dass diese Differenz gerade durch die Bonitätsprämie beschrieben wird (1.46), so können wir die Bonitätsprämie ermitteln, indem wir die Put-Option bewerten.

Konkretisierung des Unternehmenswertprozesses

Hierzu muss der stochastische Prozess der Unternehmensaktiva konkretisiert werden. Merton unterstellt eine **geometrische Brown'sche Bewegung** für den Wert der Unternehmensaktiva.[32] Mathematisch lässt sich dieser Prozess gemäß folgender Differenzialgleichung beschreiben:

$$dV = \mu\, V\, dt + \sigma\, V\, dW, \tag{1.87}$$

wobei W einen so genannten Wiener-Prozess beschreibt. Der Prozess lässt sich veranschaulichen, indem anstelle infinitesimal kleiner Differenziale endliche Differenzen betrachtet werden:

$$\Delta V \approx \mu\, V\, \Delta t + \sigma\, V\, \epsilon_t \sqrt{\Delta t}. \tag{1.88}$$

[31] Vgl. hierzu den Parallelkurs 42310 „Finanzwirtschaftliche Bewertungstheorie", Kurseinheit 4.

[32] Vgl. hierzu ausführlich den Parallelkurs 42310 „Finanzwirtschaftliche Bewertungstheorie", Kurseinheit 4. Man beachte, dass zur Bewertung von Aktienoptionen häufig eine geometrische Brown'sche Bewegung *für den Aktienkurs* und damit für den Eigenkapitalwert unterstellt wird. Merton hingegen unterstellt eine geometrische Brown'sche Bewegung *für den Unternehmenswert.*

Hierbei bezeichnet ΔV die Veränderung des Unternehmenswertes V in einer kleinen Zeitspanne Δt (zum Beispiel an einem Tag). Die Differenzialgleichung (1.87) bzw. die Differenzengleichung (1.88) besteht aus zwei additiven Komponenten: einer deterministischen Komponente sowie einer stochastischen Komponente. Die deterministische Komponente $\mu\, V\, dt$ bzw. $\mu\, V\, \Delta t$ beschreibt einen Wachstumstrend: Im Mittel wächst der Unternehmenswert mit der Wachstumsrate μ. Diesem mittleren Wachstum sind zufällige Schwankungen überlagert, die durch die zweite Komponente beschrieben werden. Die Variable ϵ_t bezeichnet dabei für jedes t zeitlich unabhängige standardnormalverteilte Zufallsvariablen. Diese Zufallsvariablen werden durch den Parameter σ, die **Volatilität** des Prozesses, skaliert.

Man kann sich den Prozess also wie folgt vorstellen (siehe auch Abbildung 1.22):

- Zu einem Zeitpunkt t sei der Unternehmenswert V_t gegeben.
- Die Differenzengleichung beschreibt die Veränderung des Unternehmenswertes bis zum nächsten Zeitpunkt $t + \Delta t$: $V_{t+\Delta t} = V_t + \Delta V$.
- Die Veränderung ΔV besteht aus zwei Komponenten:
  - einem relativen Wachstum um $\mu\, V_t\, \Delta t$. Das Wachstum ist relativ zum aktuellen Unternehmenswert V_t; die Wachstumsrate kann daher als prozentuale Steigerung aufgefasst werden. Ferner ist das Wachstum proportional zur Länge des Zeitraums Δt.
  - einer zufälligen Veränderung um $\sigma\, V_t\, \epsilon_t \sqrt{\Delta t}$. Die Stärke der zufälligen Veränderung hängt ab von der Volatilität σ, mit der die standardnormalverteilte Zufallsvariable ϵ_t (die in jedem Zeitschritt unabhängig ist) skaliert wird. Auch die zufällige Veränderung wird relativ zum Unternehmenswert V_t modelliert. In Bezug auf die Länge des Zeitschritts wird hier die Wurzel gezogen, so dass die Standardabweichung der Veränderung in einem Zeitschritt gleich $\sigma\sqrt{\Delta t}$ ist. Damit ist die Modellierung unabhängig von der Länge des Zeitschritts konsistent.[33]

[33] Für die doppelte Länge $2\,\Delta t$ ergibt sich beispielsweise eine Standardabweichung von $\sigma\sqrt{2\,\Delta t}$. Dasselbe erhält man aus der Summe zweier unabhängiger identisch verteilter Zufallsvariablen mit Standardabweichung $\sigma\sqrt{\Delta t}$, da sich deren Varianzen addieren, die Standardabweichung somit $\sqrt{2\sigma^2\Delta t} = \sigma\sqrt{2\,\Delta t}$ beträgt.

Abbildung 1.22. *Beispiel einer geometrischen Brown'schen Bewegung.*

Bewertung der Put-Option nach Black/Scholes/Merton

Wird des Weiteren ein vollkommener Markt unterstellt,[34] so gilt für den Wert des Puts und damit die Bonitätsprämie BP die Black/Scholes-Formel:[35]

$$BP = NW\, e^{-rT} N(-d_2) - V\, N(-d_1) \tag{1.89}$$

mit

$$d_1 = \frac{\log(V/NW) + (r + \sigma^2/2)\,T}{\sigma\sqrt{T}}, \tag{1.90}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}, \tag{1.91}$$

wobei r den risikofreien *kontinuierlichen* Zinssatz und $N(\cdot)$ die Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung bezeichnet. V ist der Unternehmenswert im Bewertungszeitpunkt.

Der Unternehmenswert betrage $V = 10$ Mio. Euro, dessen Volatilität $\sigma = 15\,\%$. Das Unternehmen habe einen Zerobond mit einer Laufzeit von $T = 2$ Jahren und einem Nominalwert von $NW = 8$ Mio. Euro ausstehen. Der risikofreie kontinuierliche Zinssatz betrage $r = 3\,\%$.

[34]Die Vollkommenheit des Marktes bezieht sich dabei insbesondere auch auf die *Handelbarkeit der Unternehmensaktiva* als Underlying der Option. Dieser Umstand wird in der Modellkritik noch zu würdigen sein.

[35]Vgl. hierzu ausführlich den Parallelkurs 42310 „Finanzwirtschaftliche Bewertungstheorie", Kurseinheit 4.

Daraus ergibt sich (mit Hilfe einer Normalverteilungstabelle – siehe den Anhang zu Kurseinheit 2)

$$d_1 = \frac{\log(10/8) + (0{,}03 + 0{,}15^2/2) \cdot 2}{0{,}15 \cdot \sqrt{2}} = 1{,}4408,$$

$$d_2 = 1{,}4408 - 0{,}15 \cdot \sqrt{2} = 1{,}2287,$$

$$\begin{aligned} BP &= 8 \cdot e^{-0{,}03 \cdot 2} \cdot N(-1{,}2287) - 10 \cdot N(-1{,}4408) \\ &= 7{,}534 \cdot 0{,}1096 - 10 \cdot 0{,}0748 \\ &= 0{,}0777. \end{aligned}$$

Die Bonitätsprämie liegt demnach bei 0,078 Mio. Euro. Während der risikofreie Zerobond den Wert

$$ZB = 8 \cdot e^{-0{,}03 \cdot 2} = 7{,}534$$

aufweist, ist der Wert des risikobehafteten Zerobonds ZB^* – und damit der Wert des Fremdkapitals – um den Wert der Bonitätsprämie geringer:

$$FK = ZB^* = 7{,}534 - 0{,}077 = 7{,}457.$$

Der Wert des Eigenkapitals EK entspricht nach unseren Überlegungen dem Wert eines Calls:[a]

$$\begin{aligned} EK &= V\,N(d_1) - NW\,e^{-rT} N(d_2) \\ &= 10 \cdot N(1{,}4408) - 8 \cdot e^{-0{,}03 \cdot 2} \cdot N(1{,}2287) \\ &= 10 \cdot 0{,}9252 - 7{,}534 \cdot 0{,}8904 \\ &= 2{,}543. \end{aligned}$$

Alternativ erhalten wir den Wert aus der Put-Call-Parität (1.84):

$$\begin{aligned} EK &= V - ZB + \text{Put} \\ &= 10 - 8 \cdot e^{-0{,}03 \cdot 2} + 0{,}078 \\ &= 2{,}543. \end{aligned}$$

Auch ohne direkten Rückgriff auf die Put-Call-Parität muss die Summe aus Eigenkapitalwert und Fremdkapitalwert dem Gesamtunternehmenswert entsprechen. Somit können wir als dritte und einfachste Möglichkeit den Eigenkapitalwert wie folgt berechnen:

$$EK = V - FK = 10 - 7{,}457 = 2{,}543.$$

[a]Zur Bewertungsformel für Call-Optionen siehe den Parallelkurs 42310 „Finanzwirtschaftliche Bewertungstheorie”, Kurseinheit 4.

Berechnung des Credit Spread

In Kenntnis der absoluten Bonitätsprämie lässt sich auch die renditebezogene Bonitätsprämie, also der Credit Spread $s = r_{BP}$, berechnen. In Konsistenz mit dem Merton-Modell verwenden wir weiterhin die kontinuierliche Zinsrechnung. Der Credit Spread ist definiert als Nominalrendite – vom Wert des Zerobonds ZB^* zur nominalen Rückzahlung NW – abzüglich risikofreiem Zinssatz:

$$NW = ZB^* \, e^{(r+s)T}. \tag{1.92}$$

Hieraus folgt

$$\begin{aligned} & e^{(r+s)T} = \frac{NW}{ZB^*} \\ \Longrightarrow \quad & (r+s)T = \log\left(\frac{NW}{ZB^*}\right) \\ \Longrightarrow \quad & s = \frac{1}{T}\log\left(\frac{NW}{ZB^*}\right) - r. \end{aligned} \tag{1.93}$$

Im Beispiel erhalten wir

$$s = \frac{1}{2}\log\left(\frac{8}{7{,}457}\right) - 3\,\% = 0{,}49\,\%.$$

Die kontinuierliche Nominalrendite des Zerobonds (und damit der nominale Fremdkapitalzinssatz) beträgt

$$r + s = 3{,}49\,\%,$$

wie wir wie folgt überprüfen:

$$7{,}457 \cdot e^{0{,}0349 \cdot 2} = 8.$$