Musterlösung zu Klausur F'99 Aufgabe 1: Symmetrische und asymmetrische Last

Drehstromnetz mit Nennspannung $U_N = U_\Delta = 230\,\text{V} \cdot \sqrt{3} = 398\,\text{V}$

a) Gesamt-Scheinleistung: $S_{DS,a} = \dfrac{P}{\cos\varphi} = \dfrac{3{,}5\,\text{kW}}{0{,}7} = 5\,\text{kVA}$

Strang-Wirkleistung: $P_{Strang,a} = \dfrac{P}{3} = \dfrac{S_{DS,a}\cdot\cos\varphi}{3} = \dfrac{3{,}5\,\text{kW}}{3} = 1{,}17\,\text{kW}$

Strang-Blindleistung: $Q_{Strang,a} = \dfrac{Q_{DS,a}}{3} = \dfrac{S_{DS,a}\cdot\sin\varphi}{3} = \dfrac{P\cdot\tan\varphi}{3} = 1{,}19\,\text{kVAr}$

Bei Dreieckschaltung liegt an jedem Strang die (Nenn-)Spannung $U_\Delta = 398\,\text{V}$ an.

Strangstrom: $I_{Strang,a} = \dfrac{S_{Strang}}{U_{Strang}} = \dfrac{S_{DS,a}/3}{U_\Delta} = \dfrac{5\,\text{kVA}}{3\cdot 398\,\text{V}} = 4{,}19\,\text{A}$

Ohmscher Widerstand: $R_{Strang} = \dfrac{P_{Strang,a}}{I^2_{Strang,a}} = \dfrac{1{,}17\,\text{kW}}{17{,}54\,\text{A}^2} \approx \underline{\underline{67\,\Omega}}$

induktiver Widerstand: $X_{Strang} = \dfrac{Q_{Strang,a}}{I^2_{Strang,a}} = \dfrac{1{,}19\,\text{kVAr}}{17{,}54\,\text{A}^2} \approx 67{,}85\,\Omega$

Induktivität bei $f = 50\,\text{Hz}$: $L_{Strang} = \dfrac{X_{Strang}}{\omega} = \dfrac{67{,}85\,\Omega}{2\pi\cdot 50\,\text{s}^{-1}} \approx \underline{\underline{216\,\text{mH}}}$

b) Die Zusatzwiderstände erhöhen die Gesamt-Wirkleistung auf:

$$P_{DS,b} = 3\cdot\left(P_{Strang,a} + \frac{U_Y^2}{R_Z}\right) = 3\cdot\left(1{,}17\ \text{kW} + \frac{(230\ \text{V})^2}{50\ \Omega}\right) = 6{,}68\ \text{kW}\ .$$

Die Gesamt-Blindleistung bleibt gleich: $Q_{DS,b} = 3\cdot Q_{Strang,a} = 3{,}57\,\text{kVAr}$.

Gesamt-Leistungsfaktor: $\cos\varphi_b = \dfrac{P_{DS,b}}{S_{DS,b}} = \dfrac{P_{DS,b}}{\sqrt{P^2_{DS,b} + Q^2_{DS,b}}} \approx \underline{\underline{0{,}88}}$

c) Mit $\cos\varphi_c = 0{,}95$ darf die aufgenommene Gesamt-Blindleistung nur

$Q_{DS,c} = S_{DS,c}\cdot\sin\varphi_c = \dfrac{P_{DS,b}}{\cos\varphi_c}\cdot\sin\varphi_c = 2{,}20\,\text{kVAr}$ betragen.

Die Kompensation wird aus $Q_{DS,c} = Q_{DS,b} + Q_{Komp}$ bestimmt.

$\Rightarrow Q_{Komp} = Q_{DS,c} - Q_{DS,b} = 2{,}20\,\text{kvar} - 3{,}57\,\text{kvar} = -1{,}37\,\text{kVAr}$

Die von den Induktivitäten aufgenommene Blindleistung bleibt gleich. Ein Kondensator in Sternschaltung muss danach den Blindwiderstand

$X_{Komp} = \dfrac{U^2_{Komp,Strang}}{-Q_{Komp,Strang}} = \dfrac{U_Y^2}{-\text{Q}_{\text{Komp}}/3} = \dfrac{(230\,\text{V})^2}{0{,}46\,\text{kVAr}} \approx 115{,}8\,\Omega$ haben.

Die benötigte Kapazität hat bei $f = 50\,\text{Hz}$ den Wert

$$C_{Komp} = \frac{1}{\omega \cdot X_{Komp}} = \frac{1}{2\pi \cdot 50\,\text{s}^{-1} \cdot 115{,}8\,\Omega} \approx \underline{\underline{27{,}5\,\mu\text{F}}}\ .$$

d) Durch den Ausfall des 3. Ohmschen Widerstandes bleibt die Leistungsaufnahme des Verbrauchers gleich – die verbleibenden Widerstände bilden eine Reihenschaltung über der die Netz-Nennpannung abfällt:

$$P_{DS,d} = P_{DS,a} + \frac{U_{\Delta}^2}{2 \cdot R_Z} = 3{,}5\,\text{kW} + \frac{(398\,\text{V})^2}{100\,\Omega} = \underline{\underline{5{,}1\,\text{kW}}}$$

e) Verbraucher, Zusatzwiderstände (und Kondensatoren im Fall c)) sind nebeneinander parallel an das starre Netz angeschlossen. Der Leiterstrom enthält die Summe der jeweiligen Teilströme.

Für c) sind wegen Symmetrie alle Leiterströme betragsmäßig gleich:

$$S_{DS,c} = \frac{P_{DS,b}}{\cos\varphi_c} = \frac{6{,}68\,\text{kW}}{0{,}95} = 7{,}03\,\text{kVA} = \sqrt{3} \cdot U_{\Delta} \cdot I_L$$

$$\Rightarrow I_L = \frac{S_{DS,c}}{\sqrt{3} \cdot U_{\Delta}} = \frac{7{,}03\,\text{kVA}}{\sqrt{3} \cdot 398\,\text{V}} \approx \underline{\underline{10{,}2\,\text{A}}}$$

Für d) müssen wegen der Unsymmetrie der ohmschen Widerstände die Teilströme phasenrichtig addiert werden (komplexe Rechnung):

$$\underline{I}_{1,Verbraucher} = \underline{I}_{S12} - \underline{I}_{S31} = \frac{\underline{U}_{12}}{\underline{Z}} - \frac{\underline{U}_{31}}{\underline{Z}} = \frac{\underline{U}_{12}}{\underline{Z}} \cdot (e^{j30°} - e^{j150°})$$

$$= \frac{398\,\text{V}}{(67 + \text{j}67{,}85)\,\Omega} \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} - j\frac{1}{2}\right) = \frac{398\,\text{V}}{95{,}36 \cdot e^{j45{,}36°}\,\Omega} \cdot \sqrt{3}$$

$$= 7{,}23 \cdot e^{-j45{,}36°}\,\text{A} = (5{,}11 - \text{j}5{,}11)\,\text{A}$$

$$\underline{I}_{2,Verbraucher} = \underline{I}_{S23} - \underline{I}_{S12} = \underline{I}_{1,Verbraucher} \cdot e^{-j120°}$$

$$= 7{,}23 \cdot e^{-j165{,}36°}\,\text{A} = (-6{,}99 - \text{j}1{,}84)\,\text{A}$$

$$\underline{I}_{3,Verbraucher} = \underline{I}_{1,Verbraucher} \cdot e^{+j120°} = 7{,}23\,\text{A} \cdot e^{-45{,}36°} \cdot e^{+j120°} = 7{,}23\,\text{A} \cdot e^{j74{,}64°} = (1{,}92 + \text{j}6{,}97)\,\text{A}$$

Hier ist $\underline{U}_{1N} = U_{1N}$ die Bezugs-Spannung (Phasenlage 0°, wie in Bild 10.5/10.6 auf S. 157f). Die resultierenden Leiterströme $I_{1-3,Verbrauchr}$ setzen sich aus den Strangströmen zusammen und haben gegenüber diesen eine Phasenverschiebung entsprechend Bild

11.7 (S. 169). Die Phasenlage des Stromes $\underline{I}_{1,Verbraucher}$ ist beispielsweise -45,36°, was bei Leistungsfaktor $\cos\varphi = 0{,}7$ (induktiv) zu erwarten ist.

$$\underline{I}_{1,Widerstand} = \frac{\underline{U}_{12}}{2 \cdot R_Z} = \frac{398\,\mathrm{V} \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}30°}}{100\,\Omega} = 3{,}98\,\mathrm{A} \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}30°} = -\underline{I}_{2,Widerstand}$$

$$\underline{I}_{3,Widerstand} = 0 \;\Rightarrow I_{L3} = I_{3,Verbraucher} = \underline{\underline{7{,}2\,\mathrm{A}}}$$

$$I_{L1} = \left|\underline{I}_{1,Verbraucher} + \underline{I}_{1,Widerstand}\right| = \sqrt{(5{,}11+3{,}45)^2 + (-5{,}11+1{,}99)^2}\;\mathrm{A} = \underline{\underline{9{,}1\,\mathrm{A}}}$$

$$I_{L2} = \left|\underline{I}_{2,Verbraucher} + \underline{I}_{2,Widerstand}\right| = \sqrt{(-6{,}99-3{,}45)^2 + (-1{,}84-1{,}99)^2}\;\mathrm{A} = \underline{\underline{11{,}1\,\mathrm{A}}}$$

Das Schaltbild für diesen unsymmetrischen Betriebsfall kann den Eindruck vermitteln, die Ströme I_{L1} und I_{L2} seien gleich groß, weil sie sich jeweils aus (betragsmäßig) gleichen Strömen des Verbrauchers und der Widerstände zusammensetzen. Die komplexe Rechnung zeigt aber, dass die Phase L_2 am stärksten belastet wird.

Alternative Berechnung von $I_{3,Verbraucher}$ (ohne Phasenlage):
Weil jede Phase ein Drittel der Leistung des Verbrauchers liefert, ist

$$I_{3,Verbraucher} = \sqrt{3} \cdot \frac{S_{DS,a}/3}{U_\Delta} = \frac{5\,\mathrm{kVA}}{\sqrt{3} \cdot 398\,\mathrm{V}} \approx \underline{\underline{7{,}2\,\mathrm{A}}}$$