

# Inhaltsverzeichnis (Stand: 29. September 2011)

Vorwort	i
<b>I Beschreibende Statistik</b>	<b>1</b>
Lernziele zu Teil I	2
<b>1 Statistik, Daten und statistische Methoden</b>	<b>3</b>
1.1 Statistik im privaten Alltag, in Politik und Gesellschaft . . . . .	3
1.2 Aufgaben und Teilbereiche der Statistik . . . . .	5
1.3 Methodenkompetenz als Lernziel . . . . .	7
<b>2 Grundbegriffe der Statistik</b>	<b>11</b>
2.1 Statistische Einheit, Merkmal und Grundgesamtheit . . . . .	11
2.2 Merkmalsklassifikationen und Skalen . . . . .	14
2.3 Operationalisierung von Merkmalen . . . . .	16
<b>3 Datengewinnung und Auswahlverfahren</b>	<b>19</b>
3.1 Erhebungsarten und Studiendesigns . . . . .	19
3.2 Stichprobenauswahl . . . . .	26
3.3 Träger amtlicher und nicht-amtlicher Statistik . . . . .	29
<b>4 Univariate Häufigkeitsverteilungen</b>	<b>31</b>
4.1 Absolute und relative Häufigkeiten . . . . .	31
4.2 Die empirische Verteilungsfunktion . . . . .	43
<b>5 Kenngrößen univariater empirischer Verteilungen</b>	<b>47</b>
5.1 Lagemaße . . . . .	47
5.2 Streuungsmaße . . . . .	53
5.3 Quantile und Boxplots . . . . .	57
<b>6 Konzentration von Merkmalswerten</b>	<b>63</b>
6.1 Die Lorenzkurve . . . . .	63
6.2 Konzentrationsmaße . . . . .	65
<b>7 Index- und Verhältniszahlen</b>	<b>71</b>
7.1 Verhältniszahlen . . . . .	71
7.2 Zusammengesetzte Indexzahlen . . . . .	74

<b>8</b>	<b>Bivariate Häufigkeitsverteilungen</b>	<b>79</b>
8.1	Darstellung empirischer Verteilungen für diskrete Merkmale . . . . .	79
8.2	Empirische Unabhängigkeit diskreter Merkmale . . . . .	85
8.3	Darstellung empirischer Verteilungen für stetige Merkmale . . . . .	92
<b>9</b>	<b>Zusammenhangsmaße</b>	<b>95</b>
9.1	Nominalskalierte Merkmale . . . . .	95
9.2	Metrische Merkmale . . . . .	99
9.3	Ordinalskalierte Merkmale . . . . .	107
<b>II</b>	<b>Wahrscheinlichkeitsrechnung und schließende Statistik</b>	<b>109</b>
	<b>Lernziele zu Teil II</b>	<b>110</b>
<b>10</b>	<b>Zufallsvorgänge und Wahrscheinlichkeiten</b>	<b>111</b>
10.1	Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung . . . . .	111
10.2	Zufallsstichproben und Kombinatorik . . . . .	118
10.3	Bedingte Wahrscheinlichkeiten . . . . .	121
<b>11</b>	<b>Diskrete Zufallsvariablen</b>	<b>127</b>
11.1	Wahrscheinlichkeitsfunktion und Verteilungsfunktion . . . . .	127
11.2	Kenngrößen diskreter Verteilungen . . . . .	133
11.3	Die Binomialverteilung . . . . .	136
11.4	Die hypergeometrische Verteilung . . . . .	141
<b>12</b>	<b>Stetige Zufallsvariablen</b>	<b>147</b>
12.1	Dichtefunktion und Verteilungsfunktion . . . . .	147
12.2	Kenngrößen stetiger Verteilungen . . . . .	150
12.3	Normalverteilung und Standardnormalverteilung . . . . .	152
12.4	$\chi^2$ -, $t$ - und $F$ -Verteilung . . . . .	159
<b>13</b>	<b>Bivariate Verteilungen von Zufallsvariablen</b>	<b>165</b>
13.1	Unabhängigkeit von Zufallsvariablen . . . . .	165
13.2	Kovarianz und Korrelation . . . . .	169
<b>14</b>	<b>Schätzung von Parametern</b>	<b>173</b>
14.1	Punktschätzung und Eigenschaften von Schätzfunktionen . . . . .	173
14.2	Schätzung von Erwartungswerten, Varianzen und Anteilswerten . . . . .	176
14.3	Konfidenzintervalle für Erwartungswerte . . . . .	179
<b>15</b>	<b>Statistische Testverfahren</b>	<b>183</b>
15.1	Arten statistischer Tests . . . . .	183
15.2	Grundbegriffe und Gauß-Test für Erwartungswerte . . . . .	185
15.3	$t$ -Test für Erwartungswerte . . . . .	196
15.4	$\chi^2$ -Test für Varianzen . . . . .	199
15.5	Zweistichproben-Tests für Erwartungswerte . . . . .	200

<b>16 Das lineare Regressionsmodell</b>	<b>203</b>
16.1 Das einfache lineare Regressionsmodell . . . . .	204
16.2 KQ-Schätzung im einfachen Regressionsmodell . . . . .	206
16.3 Das Bestimmtheitsmaß . . . . .	211
16.4 Das multiple lineare Regressionsmodell . . . . .	213
16.5 KQ-Schätzung im multiplen Regressionsmodell . . . . .	216
<b>17 Grundzüge der Varianzanalyse</b>	<b>219</b>
17.1 Das Modell der einfaktoriellen Varianzanalyse . . . . .	221
17.2 Durchführung einer einfaktoriellen Varianzanalyse . . . . .	222
17.3 Ausblick auf die zweifaktorielle Varianzanalyse . . . . .	227
<b>III Anhänge</b>	<b>229</b>
<b>Lernziele zu Teil III</b>	<b>230</b>
<b>18 Grundzüge der Matrizenrechnung</b>	<b>231</b>
18.1 Grundbegriffe . . . . .	231
18.2 Operationen mit Matrizen und Vektoren . . . . .	233
18.3 Charakterisierung von Zufallsvektoren . . . . .	238
<b>19 Tabellenanhang</b>	<b>241</b>
19.1 Verteilungsfunktion der Binomialverteilung . . . . .	241
19.2 Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung . . . . .	247
19.3 Quantile der Standardnormalverteilung . . . . .	249
19.4 Quantile der $\chi^2$ -Verteilung . . . . .	250
19.5 Quantile der $t$ -Verteilung . . . . .	251
19.6 Quantile der F-Verteilung . . . . .	252
<b>20 Übungsaufgaben</b>	<b>257</b>
20.1 Beschreibende Statistik . . . . .	257
20.2 Wahrscheinlichkeitsrechnung und schließende Statistik . . . . .	265
<b>21 Lösungen zu den Übungsaufgaben</b>	<b>275</b>
21.1 Beschreibende Statistik . . . . .	275
21.2 Wahrscheinlichkeitsrechnung und schließende Statistik . . . . .	284
<b>22 Verzeichnisse und Internet-Ressourcen</b>	<b>299</b>
22.1 Literaturverzeichnis . . . . .	299
22.2 Ausgewählte Statistiklehrbücher mit Kommentaren . . . . .	301
22.3 Multimedia-Software und Internet-Ressourcen . . . . .	303
22.4 Symbolverzeichnis . . . . .	307
22.5 Autorenregister . . . . .	308
22.6 Sachregister . . . . .	310

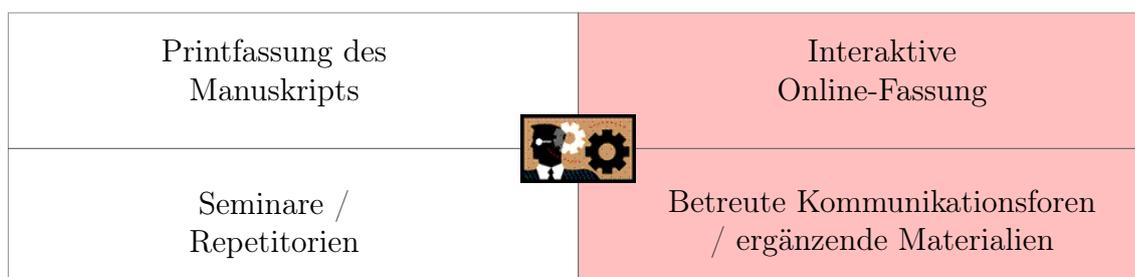
# Vorwort

Dieser Kurs wird an der FernUniversität Hagen in den Bachelor-Studiengängen „Politik- und Verwaltungswissenschaft“, „Soziologie“ und „Psychologie“ im Grundstudium eingesetzt, seit dem Sommersemester 2011 auch im Studiengang „Bildungswissenschaft“. Er deckt alle Inhalte einer traditionellen Einführung in die Statistik ab, insbesondere also die beschreibende Statistik sowie Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung und der schließenden Statistik. Die Bearbeitung des Lehrtextes soll dazu befähigen, statistische Informationen nutzen, sachadäquat interpretieren und verständlich kommunizieren zu können. Diese als **statistische Methodenkompetenz** bezeichnete Qualifikation ist in der heutigen Wissens- und Informationsgesellschaft unverzichtbar.

Herkunft dieses Lehrtextes

Der Kurs wurde mit dem Comenius-EduMedia-Siegel 2011 der Gesellschaft für Pädagogik und Information, einer Fachgesellschaft für Bildungstechnologie und Medienpädagogik, im Rahmen eines europäischen Multimedia-Wettbewerbs als exemplarisches Bildungsmedium ausgezeichnet. Er ist eine zentrale Komponente eines Medienmixes (**Blended-Learning-Ansatz**), der klassische Medien (Bücher, Präsenzlehre) und neue Medien (Internet, virtuelle Kommunikationsräume) verbindet. Der Kurs wird auch online zur Verfügung gestellt, dort als mehrfarbige pdf-Version. Die pdf-Fassung weist zahlreiche Verknüpfungen mit interessanten Web-Adressen sowie mit interaktiven oder dynamischen Elementen auf. Letztere ermöglichen es, etliche der in diesem Manuskript vorgestellten Verfahren anhand von benutzergesteuerten statistischen Experimenten unmittelbar „auszuprobieren“ oder statistische Konzepte über tongestützte Animationen nachzuvollziehen.

Realisierung eines Medienmixes



*Komponenten des Medienmix*

Die Experimente und Animationen stammen zum Teil aus einem großen Multimedia-Projekt „Neue Statistik“. <sup>1</sup> Einige neuere Java-Applets und Animationen sind einem Anfang November 2011 erscheinenden kompakten Lernprogramm „Beschreibende Sta-

<sup>1</sup>Das Projekt „Neue Statistik“ wurde mit öffentlichen Mitteln gefördert (s. auch unter [www.fernuni-hagen.de/neuestatistik](http://www.fernuni-hagen.de/neuestatistik) und unter [www.neuestatistik.de](http://www.neuestatistik.de)). Im Rahmen des Projekts zeichnete die FernUniversität für statistische Experimente auf Java-Basis verantwortlich, die am Center für Digitale Systeme an der FU Berlin in Lernmodule mit Hypertextstruktur eingebettet wurden.

tistik“ auf CD entnommen.<sup>2</sup> Diese ergänzt in idealer Weise den ersten Teil dieses Kurses. Die CD hat insofern eine Brückenfunktion und eignet sich vor allem für Studierende, die noch Berührungängste gegenüber Mathematik und Statistik haben. Alle ergänzend angebotenen Materialien sind *optionale Angebote*, die aktives Lernen unterstützen und zur besseren Verständnissicherung beitragen sollen. Der vorliegende Kurs ist aber auch ohne Nutzung der Zusatzmaterialien uneingeschränkt studierbar.

Lernprogramm  
„Beschreibende  
Statistik“  
als Einstiegshilfe

Betonung von  
Interdisziplinari-  
tät

In diesem Manuskript wird anhand zahlreicher Beispiele aus unterschiedlichen Anwendungsbereichen illustriert, dass die Statistik für viele Wissenschaften eine wichtige Servicefunktion erfüllt und alle Bereiche gesellschaftlichen Lebens durchdringt. Die verwendeten Beispiele – etwa die Darstellung von Ergebnissen der Nationalen Verzehrstudie II oder die Diskussion von Risiken beim Screening zur Krebsfrüherkennung – sind aktuell, relevant und motivierend. Bei der interaktiven pdf-Fassung sind die Beispiele manchmal mit Hintergrundinformationen aus Online-Ausgaben namhafter Zeitschriften verknüpft.

Einbindung von  
Daten der  
amtlichen  
Statistik

Einige der in diesen Lehrtext integrierten Datensätze stammen aus der amtlichen Statistik, z. B. von Eurostat, dem Europäischen Amt für Statistik in Luxemburg, an dem der Autor vier Jahre als nationaler Sachverständiger tätig war. Die Daten illustrieren die Bedeutung statistischer Informationen für die Planung und das Monitoring nationaler und supranationaler Politiken. Dabei werden auch neuere Entwicklungen thematisiert und kritisch gewürdigt, etwa die zunehmende Verwendung zusammengesetzter Indizes bei internationalen Organisationen.

Bedeutung der  
Icons am  
Marginalienrand

Innerhalb des Kurses findet man am Marginalienrand Icons, die auf statistische **Experimente** oder tongestützte **Animationen** (Icon *Lautsprecher*) sowie auf besondere **Web-Links** hinweisen. Anklicken dieser Icons, die mit einem 3D-Effekt gestaltet wurden, führt bei der pdf-Version des Manuskripts direkt zu den genannten Elementen.



*Icons mit Verlinkung: Statistisches Experiment, Animation mit Ton, Web-Link*

Daneben findet man am Marginalienrand noch Icons, die nur der Orientierung dienen und nicht mit Links verknüpft sind. Diese Icons, die auf **Aufgaben**, **Lösungen** oder weiterführende **Literatur** verweisen, sind zur besseren Unterscheidung ohne 3D-Effekt ausgeführt.



*Weitere Icons: Aufgabe, Lösung, Literatur*

<sup>2</sup>Nähere Informationen zu dieser Software sind unter [www.fernuni-hagen.de/e-statistik](http://www.fernuni-hagen.de/e-statistik) zu finden.

In das – inzwischen auch in einer Buchfassung vorliegende – Manuskript sind zahlreiche **Beispiele** und vereinzelt **Exkurse** integriert. Exkurse richten sich an Leser mit Interesse an detaillierteren zusätzlichen Informationen. Sie können übersprungen werden, ohne dass der rote Faden verloren geht. Bei der pdf-Fassung dieses Kurses ist es möglich, allen Verweisen auf nummerierte Gleichungen, Abbildungen, Tabellen und Aufgaben direkt per Mausklick nachzugehen. Bei der pdf-Fassung lassen sich auch die in den Text eingestreuten Web-Adressen, über grüne Rahmen sichtbar gemacht, unmittelbar ansteuern.

Der Kurs ist in drei Teile gegliedert. Der erste Teil thematisiert die beschreibende Statistik, während sich der zweite Teil den Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung und der schließenden Statistik widmet. Daneben gibt es noch diverse Verzeichnisse und Tabellen, die den dritten Teil des Manuskripts konstituieren (Anhänge).

Struktur des  
Manuskripts

Dank für die Programmierung der statistischen Experimente, auf die vielfach Bezug genommen wird, gebührt vor allem Herrn M. *Günster*, Arbeitsbereich „Statistik und quantitative Methoden“ der Fakultät für Kultur- und Sozialwissenschaften, und Herrn Dr. U. *Marty*, Arbeitsbereich „Interaktive Medien“ am Lehrgebiet „Praktische Informatik I“ (Prof. Dr. G. *Schlageter* / Dr. E. *Heuel*) an der FernUniversität sowie auch Frau B. *Schweiger*, Castrop-Rauxel. Herr H. *Kusenber*g, Schwerte, hat verschiedene Grafiken mit Photoshop bearbeitet und einige Flash-Animationen erstellt. Herrn A. *Hölzle*, München, gilt Dank für seine sehr engagierte und kompetente Mitwirkung bei der Gestaltung der L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X-Umgebung für dieses Manuskript. Ohne ihn und ohne die immer wieder benötigte zusätzliche Unterstützung durch Herrn Th. *Feuerstack*, L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X-Experte am Zentrum für Medien und IT der FernUniversität, hätte dieses Manuskript kaum die jetzige Form bekommen. Ein Beispiel zu bivariaten Häufigkeitsverteilungen stammt von Herrn Heinz *Böer*, Appelhülsen. Herr Prof. Dr. K.-H. *Renner*, Herr T. *Heydasch*, Herr Dr. R. *Jansen*, Herr Dr. H.-G. *Sonnenberg* und Frau M. *Zenza-Dobbert*, alle ebenfalls an der Fakultät für Kultur- und Sozialwissenschaften der FernUniversität Hagen tätig, lieferten wertvolle Anregungen und Korrekturhinweise. Letzteres gilt auch für Frau E. *Gaus-Faltings*, Braunschweig, Herrn Dr. J. *Rothenstein*, Wuppertal, und Herrn Dr. B. *Tewes*, Katholische Universität Eichstätt.

Danksagungen

Dank gebührt ferner den Firmen und Institutionen, die kostenfrei Bildmaterial zur Verfügung gestellt haben. Die Namen dieser Unternehmen und Einrichtungen sind an der Stelle vermerkt, an der das überlassene Material eingebunden ist. Es sind zu nennen:

Fa. Böhme und Weihs Systemtechnik GmbH, Sprockhövel (Herr Dr. N. *Böhme*)  
 Center für Digitale Systeme, Berlin (Herr Prof. Dr. N. *Apostolopoulos*, Herr A. *Schulz*)  
 Evonik Industries AG, Standort Essen (Herr Dr. W. *Wolfes*)  
 Forschungsgruppe Wahlen, Mannheim (Herr B. *Weber*)  
 Fa. Q-DAS GmbH, Weinheim (Herr Dr. E. *Dietrich*)  
 GfK Telecontrol AG, Schweiz (Frau Dr. T. *Hackenbruch*)  
 Hessischer Rundfunk, Frankfurt (Herr C. *Bender*)  
 Statistisches Amt von Malta (Herr R. *Mizzi*)  
 Fa. TNS Infratest, München (Herr M. *Kögel*).

Etliche Rückmeldungen zum Kurs - etwa Fehlerhinweise, Anregungen für inhaltliche Ergänzungen oder Kommentare zur Ausgestaltung der virtuellen Lernplattform - kamen von Studierenden, denen ich hierfür sehr zu Dank verpflichtet bin. Anregungen zur Weiterentwicklung des Manuskripts sind auch in der Zukunft willkommen.

Hagen, im September 2011

*Hans-Joachim Mittag*

joachim.mittag@fernuni-hagen.de