



Hans-Joachim Mittag

Statistik

Eine interdisziplinäre Einführung

**kultur- und
sozialwissenschaften**

Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere das Recht der Vervielfältigung und Verbreitung sowie der Übersetzung und des Nachdrucks, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf in irgendeiner Form (Druck, Fotokopie, Mikrofilm oder ein anderes Verfahren) ohne schriftliche Genehmigung der FernUniversität reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden.

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	i
I Beschreibende Statistik	1
Lernziele zu Teil I	2
1 Statistik, Daten und statistische Methoden	3
1.1 Statistik im Alltag, in Politik und Gesellschaft	3
1.2 Aufgaben und Teilbereiche der Statistik	7
1.3 Methodenkompetenz als Lernziel	9
1.4 Medienmix in der Methodenausbildung	13
2 Grundbegriffe der Statistik	15
2.1 Statistische Einheit, Merkmal und Grundgesamtheit	15
2.2 Merkmalsklassifikationen und Skalen	18
2.3 Operationalisierung von Merkmalen	22
3 Datengewinnung und Auswahlverfahren	25
3.1 Erhebungsarten und Studiendesigns	25
3.2 Stichprobenauswahl	34
3.3 Träger amtlicher und nicht-amtlicher Statistik	39
4 Univariate Häufigkeitsverteilungen	41
4.1 Absolute und relative Häufigkeiten	41
4.2 Häufigkeitsverteilungen für klassierte Daten	51
4.3 Die empirische Verteilungsfunktion	58
5 Kenngrößen empirischer Verteilungen	63
5.1 Lagemaße	63
5.2 Streuungsmaße	70
5.3 Quantile und Boxplots	75
6 Konzentration von Merkmalswerten	81
6.1 Die Lorenzkurve	81
6.2 Konzentrationsmaße	84
7 Indikatoren	91
7.1 Verhältniszahlen	91
7.2 Zusammengesetzte Indexzahlen	94

8	Bivariate Häufigkeitsverteilungen	103
8.1	Empirische Verteilungen diskreter Merkmale	103
8.2	Empirische Unabhängigkeit diskreter Merkmale	110
8.3	Empirische Verteilungen stetiger Merkmale	118
9	Zusammenhangsmaße	121
9.1	Nominalskalierte Merkmale	121
9.2	Metrische Merkmale	126
9.3	Ordinalskalierte Merkmale	134
II	Wahrscheinlichkeitsrechnung und schließende Statistik	137
	Lernziele zu Teil II	138
10	Zufall und Wahrscheinlichkeit	139
10.1	Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung	139
10.2	Zufallsstichproben und Kombinatorik	146
10.3	Bedingte Wahrscheinlichkeiten	150
10.4	Wahrscheinlichkeitsverteilungen	155
11	Diskrete Zufallsvariablen	161
11.1	Wahrscheinlichkeits- und Verteilungsfunktion	161
11.2	Kenngroßen diskreter Verteilungen	167
11.3	Die Binomialverteilung	171
11.4	Die hypergeometrische Verteilung	176
12	Stetige Zufallsvariablen	183
12.1	Dichtefunktion und Verteilungsfunktion	183
12.2	Kenngroßen stetiger Verteilungen	187
12.3	Normalverteilung und Standardnormalverteilung	189
12.4	χ^2 -, t - und F -Verteilung	196
13	Bivariate Verteilungen	203
13.1	Unabhängigkeit von Zufallsvariablen	203
13.2	Kovarianz und Korrelation	208
14	Schätzung von Parametern	211
14.1	Punktschätzungen und ihre Eigenschaften	213
14.2	Schätzung von Erwartungswerten, Varianzen und Anteilen	215
14.3	Konfidenzintervalle für Erwartungswerte	218
15	Statistische Testverfahren	223
15.1	Arten statistischer Tests	224
15.2	Grundbegriffe und Gauß-Test für Erwartungswerte	226

15.3	t -Test für Erwartungswerte	238
15.4	χ^2 -Test für Varianzen	240
15.5	Zweistichproben-Tests für Erwartungswerte	241
15.6	Unabhängigkeitstests	243
16	Das lineare Regressionsmodell	245
16.1	Das einfache lineare Regressionsmodell	247
16.2	KQ-Schätzung im einfachen Regressionsmodell	249
16.3	Das Bestimmtheitsmaß	254
16.4	Das multiple lineare Regressionsmodell	257
16.5	KQ-Schätzung im multiplen Regressionsmodell	260
17	Grundzüge der Varianzanalyse	265
17.1	Das Modell der einfaktoriellen Varianzanalyse	267
17.2	Durchführung einer einfaktoriellen Varianzanalyse	269
17.3	Ausblick auf die zweifaktorielle Varianzanalyse	275
III	Anhänge	277
	Lernziele zu Teil III	278
18	Grundzüge der Matrizenrechnung	279
18.1	Grundbegriffe	279
18.2	Operationen mit Matrizen und Vektoren	281
18.3	Charakterisierung von Zufallsvektoren	288
19	Tabellenanhang	291
19.1	Verteilungsfunktion der Binomialverteilung	291
19.2	Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung	298
19.3	Quantile der Standardnormalverteilung	302
19.4	Quantile der χ^2 -Verteilung	303
19.5	Quantile der t -Verteilung	304
19.6	Quantile der F-Verteilung	306
20	Übungsaufgaben	311
20.1	Beschreibende Statistik	311
20.2	Wahrscheinlichkeitsrechnung und schließende Statistik	318
21	Lösungen zu den Übungsaufgaben	327
21.1	Beschreibende Statistik	327
21.2	Wahrscheinlichkeitsrechnung und schließende Statistik	337
22	Verzeichnisse und Internet-Ressourcen	351
22.1	Literaturverzeichnis	351
22.2	Kommentierte Liste ausgewählter Lehrbücher	353

22.3 Online-Ressourcen	354
22.4 Symbolverzeichnis	356
22.5 Autorenregister	359
22.6 Sachregister	361

Vorwort

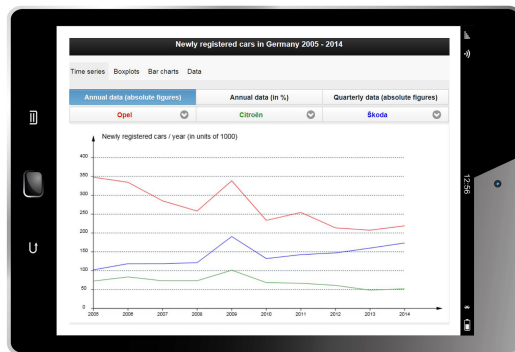
Dieser Kurs ist weitgehend identisch mit einem im Januar 2016 erschienenen Lehrbuch „Statistik - eine Einführung mit interaktiven Elementen“ (MITTAG 2016). Der Kurs bzw. das Buch deckt alle Inhalte einer traditionellen Einführung in die Statistik ab, insbesondere also die beschreibende Statistik sowie Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung und der schließenden Statistik. Die Bearbeitung des Lehrtextes soll dazu befähigen, statistische Informationen nutzen, sachadäquat interpretieren und verständlich kommunizieren zu können. Diese als *statistische Methodenkompetenz* bezeichnete Qualifikation ist heutzutage unverzichtbar.

Charakteristisch für das Werk ist die Verknüpfung mit interessanten Web-Adressen und interaktiven oder dynamischen Lernobjekten. Letztere ermöglichen es, statistische Verfahren anhand von Experimenten „auszuprobieren“ oder statistische Konzepte über tongestützte Animationen nachzuvollziehen. Die interaktiven Experimente waren anfangs alle Java-basiert (Java-Applets) und nur für Desktops konzipiert. Um die Lauffähigkeit interaktiver statistischer Experimente auch auf Smartphones und Tablets zu erreichen, wurden die Lernobjekte nach und nach auf der Basis von HTML5 und Javascript neu programmiert. Dabei galt es die Touchfunktionalitäten mobiler Endgeräte und das kleinere Display von Smartphones zu berücksichtigen.

Ursprung dieses Lehrtextes

Realisierung eines Medienmixes

Verknüpfung des Lehrbuchs mit mobilen Endgeräten über QR-Codes



Plattformunabhängige Lernobjekte im Einsatz auf mobilen Endgeräten

Die neuen plattformunabhängigen und in einer Web-App zusammengefassten Lernobjekte wurden zunächst *englischsprachig* realisiert. Die App ist unter <http://www.mittag-statistik/app> frei zugänglich. Ihr wurde das Comenius-EduMedia-Siegel 2014 der Gesellschaft für Pädagogik, Information und Medien verliehen. Die Elemente der App sind mit diesem Kurs verknüpft. Inzwischen gibt es unter der Adresse [!\[\]\(3cb60d42b10e53f9522bb0b392c1c4cd_img.jpg\)](https://www.hamburger-</p></div><div data-bbox=)



Bedeutung der Icons
am Seitenrand

fh.de/statistik-app eine *deutschsprachige* Fassung der Web-App mit zusätzlichen Lernobjekten und kurzen Handhabungshinweisen für die einzelnen interaktiven Elemente. Die deutschsprachige Statistik-App wurde mit dem Comenius-EduMedia-Siegel 2015, dem Innovationspreis Bildung 2015 des Bundesverbands für Bildung, Wissenschaft und Forschung e. V. und mit dem Gütesiegel 2016 des Verbands ausgezeichnet.

Wo *Animationen mit Ton*, besondere *Web-Links* sowie statistische *Experimente für Desktops* oder *Experimente für Desktops und mobile Endgeräte* zu finden sind, wird am Rand durch runde Icons sichtbar gemacht. Bei den plattformunabhängigen interaktiven Elementen sind zusätzlich *QR-Codes* platziert, damit man sie direkt von der Printfassung des Kurses mit einem mobilen Endgerät aufrufen kann:



Icons mit Verlinkung: Animation mit Ton, externer Web-Link, interaktives Java-Applet, plattformunabhängiges interaktives Lernobjekt mit QR-Code

Anhand der runden Icons und QR-Codes sowie der zahlreichen in den Text eingestreuten Web-Links (grau bei der Printausgabe, magentafarben beim e-Kurs) erkennt man, wo es Zusatzangebote gibt, die sich nur bei Nutzung des Computers erschließen lassen. Lediglich die über QR-Codes hervorgehobenen Lernobjekte kann man sofort von der Printfassung aufrufen, indem man den Code mit einem Smartphone oder – besser – mit einem Tablet einscannet. Um den Mehrwert der anderen Zusatzangebote zu nutzen, wechselt man von der Print- zur e-Kursfassung.

Neben den runden Icons und den QR-Codes findet man noch quadratische Icons, die nur der Orientierung dienen und nicht mit Links verknüpft sind. Diese Icons verweisen auf die *Kapitelvorschau* am Anfang eines Kapitels sowie auf *Aufgaben*, *Lösungen* oder ergänzende *Literatur*:



Weitere Icons: Vorschau, Aufgabe, Lösung, Literatur

Was ist neu? Die jetzige Kursfassung unterscheidet sich von der vorausgegangenen Version durch die Einbindung neuer plattformunabhängiger Lernobjekte und durch zahlreiche Ergänzungen und Aktualisierungen. Neu oder aktualisiert sind z. B. einige Lernobjekte zur Visualisierung amtlicher Daten

(PKW-Neuzulassungen in Deutschland, Militärausgaben im Ländervergleich, Lebenserwartung Neugeborener in der EU-28).

Die e-Version dieses Kurses ist im Gegensatz zur Printfassung nicht nur mehrfarbig, sondern auch interaktiv. Die interaktiven oder dynamischen Elemente sind durch Anklicken der runden Icons am Seitenrand erreichbar. Auch die in den Text eingestreuten Web-Links zu Online-Ausgaben von Zeitschriften müssen hier nur angeklickt werden. Der e-Kurs ist ein Hypertext, bei dem man Querverweisen zu Gleichungen, Abbildungen oder Aufgaben per Mausclick nachgehen oder vom Stichwortregister zu den dort aufgeführten Schlüsselbegriffen springen kann.

Vorzüge des e-Kurs

<p>Printfassung SW-Druck; Link zu plattformunabhängigen interaktiven Experimenten über QR-Codes</p>	<p>e-Kurs mehrfarbiger Hypertext, interaktive Experimente und Animationen integriert</p>
--	---



Unterschiede zwischen Kurs und e-Kurs

Das vorliegende Werk illustriert anhand zahlreicher Beispiele, dass die Statistik alle Bereiche gesellschaftlichen Lebens durchdringt. Die verwendeten Beispiele und Exkurse – etwa zum demografischen Wandel, zur Messung von Armut und Einkommensungleichheit oder zu Risiken beim Screening zur Krebsfrüherkennung – sind aktuell und mit Hintergrundinformationen aus Online-Ausgaben überregionaler Zeitschriften verknüpft. Exkurse können auch übersprungen werden. Es gibt viele Bezüge zur amtlichen Statistik.

Betonung von
Interdisziplinarität

Der Kurs ist in drei Teile gegliedert. Der erste Teil widmet sich der beschreibenden Statistik, der zweite Teil der Wahrscheinlichkeitsrechnung und der schließenden Statistik. Der dritte Teil (Anhänge) umfasst Aufgaben, Lösungen, statistische Tabellen und diverse Verzeichnisse.

Struktur des Kurses

Dank für die Programmierung der interaktiven Experimente gebührt Herrn B. *Wallenborn* und Herrn A. *Michel*, beide Hagen. Herr Th. *Feuerstack*, ebenfalls Hagen, half bei der Gestaltung der L^AT_EX-Umgebung für dieses Manuskript. Frau A. *Dirks*, Hamburger Fern-Hochschule, konzipierte die Icons am Seitenrand. Herr Prof. Dr. R. *Münnich*, Trier, stellte Grafiken zur Armutsgefährdung zur Verfügung.

Danksagungen

Dank gebührt ferner den nachstehenden Firmen und Institutionen, die kostenfrei Fotos oder andere Materialien zur Verfügung gestellt haben:

Fa. Böhme und Weihs GmbH, Sprockhövel (Herr Dr. N. *Böhme*)

Evonik Industries AG, Standort Essen (Herr Dr. W. *Wolfes*)

GfK, Nürnberg (Herr S. *Heller* und Herr R. *Nicklas*)

Hessischer Rundfunk, Frankfurt (Herr C. *Bender*)

JMP / SAS, Köln (Herr Dr. V. *Kraft*)

Kennesaw State University, USA (Dr. J. *McNeill*),

Q-DAS GmbH, Weinheim (Herr Dr. E. *Dietrich*)

Destatis, Wiesbaden (Frau B. *Sommer* und Herr Dr. F. *Rößger*)

TNS Infratest, München (Herr M. *Kögel*).

Wetter / Ruhr, im Mai 2016

Hans-Joachim Mittag

joachim.mittag@fernuni-hagen.de