Wichtige Hinweise

Das Studium dieses Lehrbriefs setzt solide Kenntnisse des deutschen Steuerrechts voraus. Diese Kenntnisse werden an der FernUniversität Hagen in Kurs

„610 Grundlagen der Besteuerung“

(Bestandteil des Moduls 31681 Grundlagen der Besteuerung und Instrumentarium der betrieblichen Steuerpolitik)

vermittelt.

Studenten, die - etwa infolge Universitätswechsels - diesen Kurs nicht studiert haben, können sich die erforderlichen Kenntnisse auch mit Hilfe des folgenden Buches erarbeiten:

Schneeloch, Dieter, Betriebswirtschaftliche Steuerlehre, Band 1: Besteuerung, 5. Auflage, Vahlen-Verlag, München 2008.

Das Studium dieses Lehrbriefs setzt ferner die Kenntnis des Kurses

„611 Instrumentarium der betrieblichen Steuerpolitik“

(Bestandteil des Moduls 31681 Grundlagen der Besteuerung und Instrumentarium der betrieblichen Steuerpolitik und des Moduls 31691 Steuerliche Gewinnermittlung, Steuerbilanzpolitik, Instrumentarium der betrieblichen Steuerpolitik)

voraus. Auch hier können Studenten, die diesen Kurs nicht studiert haben, auf eines meiner Lehrbücher zurückgreifen, und zwar auf:

Schneeloch, Dieter, Betriebswirtschaftliche Steuerlehre, Band 2: Betriebliche Steuerpolitik, 3. Auflage, Vahlen-Verlag, München 2009.

1 Einführung

Dieser Kurs beschäftigt sich mit der Einbeziehung von Steuern in Investitions- und Finanzierungsentscheidungen. Derartige Entscheidungen sind sowohl bei Gründung eines Unternehmens als auch im Rahmen des laufenden Geschäftsbetriebs zu treffen.

Probleme im Zusammenhang mit Investitionen und ihrer Finanzierung werden in der Allgemeinen Betriebswirtschaftslehre üblicherweise im Rahmen der Lehre von den betrieblichen *Funktionen* behandelt. Neben der Investition und neben der Finanzierung werden als betriebliche Funktionen die Beschaffung, die Produktion und der Absatz genannt. Auf diese drei zuletzt genannten Arten betrieblicher Funktionen wird im Rahmen dieses Kurses nicht eingegangen, vielmehr erfolgt eine Beschränkung der Ausführungen auf die Funktionen Investition und Finanzierung. Diese Beschränkung beruht auf zwei Gründen. Der erste besteht darin, daß nach meiner Einschätzung die Bedeutung der Besteuerung für Investitions- und Finanzierungsentscheidungen erheblich größer ist als für Entscheidungen im Beschaffungs-, Produktions- und Absatzbereich. Der zweite Grund ist der, daß die Probleme einer Einbeziehung von Steuern in unternehmerische Entscheidungen gleichstrukturiert sind, und zwar unabhängig davon, ob es sich um Investitions- und Finanzierungsentscheidungen oder aber um Beschaffungs-, Produktions- oder Absatzentscheidungen handelt. Wenn hier Probleme einer Einbeziehung von Steuern in Investitions- und Finanzierungsentscheidungen behandelt werden, so kann die hierbei angewendete Vorgehensweise als exemplarisch auch für die Einbeziehung von Steuern in andere funktionale Entscheidungen gesehen werden. Probleme, die die Einbeziehung von Steuern in Investitions- und Finanzierungsentscheidungen betreffen, sind typische Probleme einer *integrierten Steuerplanung*. Damit wird nach der Behandlung von wichtigen Themenkomplexen einer autonomen betrieblichen Steuerpolitik in Kurs III nunmehr auf ebenfalls wichtige Fragen einer integrierten betrieblichen Steuerplanung eingegangen.

1 Begriff und Arten der Investition

Definition der Investition

Unter einer **Investition** kann allgemein die Umwandlung liquider Mittel, d. h. von Geldvermögen in dem Betriebszweck dienendes (sonstiges) Unternehmensvermögen, verstanden werden. Miterfaßt werden die Folgewirkungen dieser Maßnahme. Investitionen sind demnach Maßnahmen der Zahlungsmittelverwendung für betriebliche Zwecke und deren Folgewirkungen. Die Zahlungsmittel können aus dem Unternehmen selbst, sie können aber auch von außen, insbesondere von den Eigentümern des Unternehmens und von Kreditinstituten, stammen. Außerdem kann als Investition die Einlage von dem Betriebszweck dienenden Vermögen, insbesondere durch die Eigentümer des Unternehmens, angesehen werden. Das dem Betriebszweck dienende Vermögen kann sowohl materieller als auch immaterieller Art sein; es kann sowohl langfristig als auch kurzfristig im Betrieb gebunden sein.

Weite Begriffsabgrenzung

Angemerkt sei, daß die hier gewählte Begriffsabgrenzung recht weitgehend ist. Erfaßt wird nicht nur die Umwandlung liquider Mittel in Sachanlagen, sondern auch in Finanzanlagen, in Umlaufvermögen und in den Erwerb von Dienstleistungen. Im Sprachgebrauch der Praxis hingegen wird unter einer Investition häufig nur die Umwandlung liquider Mittel in Sachanlagen verstanden. Dies gilt auch für einen Teil des älteren Schrifttums.

Klargestellt sei, daß eine enge oder weite Begriffsabgrenzung nicht richtig oder falsch, sondern nur zweckmäßig oder unzweckmäßig sein kann. Eine weite Begriffsabgrenzung erscheint hier zweckmäßig, weil es so gelingt, einen großen Bereich gleichstrukturierter Probleme zu erfassen.

Arten von Investitionen

Regelmäßig ist es zweckmäßig, zwischen zwei Arten von Investitionen zu unterscheiden, und zwar zwischen

- *Realinvestitionen* einerseits und
- *Finanzinvestitionen* andererseits.

Bei einer *Realinvestition* fließt der Wertstrom unmittelbar von dem Investor in das Investitionsobjekt. Bei einer *Finanzinvestition* hingegen gelangt der Wertstrom nur mittelbar zu dem Investitionsobjekt.

Beispiel

Eine GmbH erwirbt:
a) eine Maschine,
b) festverzinsliche Wertpapiere.
Im ersten Fall handelt es sich um eine Real-, im zweiten hingegen um eine Finanzinvestition.

Bei einer Finanzinvestition ist der Investor nur an der finanziellen Seite der Investition beteiligt, bei einer Realinvestition hingegen muß er sich auch um die reale Seite seiner Anlage bemühen.

Es kann also definiert werden:

Realinvestitionen,

Finanzinvestitionen

1. Investitionen, deren Wertströme unmittelbar zwischen Investor und Investitionsobjekt fließen, werden als **Realinvestitionen** bezeichnet.
2. Investitionen, deren Wertströme nur mittelbar zwischen Investor und Investitionsobjekt fließen, werden **Finanzinvestitionen** genannt.

Zwischen Realinvestitionen einerseits und Finanzinvestitionen andererseits bestehen bedeutsame Unterschiede, die anhand eines Beispiels verdeutlicht werden sollen.

Beispiel

Die X-GmbH tätigt folgende zwei Investitionen:

a) Sie legt 1 Mio € als Festgeld mit einem Zinssatz von 10 % p. a. für zwei Jahre bei einer Bank an; nach Ablauf der zwei Jahre erhält sie also vertragsgemäß 1,21 Mio € von der Bank zurück.
b) Sie kauft ein unbebautes Grundstück für 1 Mio € und verkauft es nach zwei Jahren für 1,21 Mio €.

Für beide Investitionen der X-GmbH kann eine Rendite von 10 % p. a. ermittelt werden, da gilt:
$1 \text{ Mio} \cdot (1 + 0{,}1) + 1 \text{ Mio} \cdot (1 + 0{,}1) \cdot 0{,}1 = 1{,}21 \text{ Mio.}$

Unterschiede zwischen Real- und Finanzinvestitionen

Obwohl im Beispiel für beide Investitionen eine Rendite von 10 % p. a. errechnet werden kann, bestehen zwischen ihnen fundamentale Unterschiede. Diese lassen sich wie folgt umreißen:

1. Bei der *Finanzanlage* (Erwerb der festverzinslichen Wertpapiere) ist die *Verzinsung vorgegeben*; der Rückzahlungsbetrag kann also vorausberechnet werden. Bei der *Realinvestition* (Erwerb des Grundstücks) hingegen besteht *keine Vereinbarung einer Verzinsung*. Vielmehr ist die Frage, welche Verzinsung das Grundstück abwirft, falsch gestellt. Die späteren Einnahmen von 1,21 Mio € ergeben sich nicht aufgrund einer vereinbarten Verzinsung, vielmehr aufgrund der späteren Wertentwicklung des Grundstücks.
2. Bei der Finanzinvestition investiert nicht die X-GmbH in Sachen oder Dienstleistungen, dies geschieht vielmehr unter Vermittlung der Bank durch einen (anonymen) Dritten.

Infolge einer Zinsvereinbarung kann im Falle einer *Finanzinvestition* die Prognose der zu erwartenden Zahlungsströme unzweifelhaft nach den Regeln der *Finanzmathematik* erfolgen. Bei *Realinvestitionen* hingegen bestehen keine derartigen zwangsweisen mathematischen Verknüpfungen zwischen Einzahlungen und Auszahlungen. So ist z. B. nicht einzusehen, warum ein unbebautes Grundstück mit mathematischer Gesetzmäßigkeit eine Verzinsung von 10 % p. a. erwirtschaften sollte. Damit ist die Vermutung naheliegend, daß zur Beurteilung der Vorteilhaftigkeit einer Realinvestition andere Beurteilungsmethoden erforderlich sind als zu der einer Finanzinvestition.

2 Arten der Investitionsrechnung und Vorteilskriterien

2.1 Endvermögensmaximierung und Kapitalwertmethode

Endvermögensmaximierung

In Kurs II ist die Endvermögensmaximierung als sinnvolle Zielsetzung unternehmerischen Handelns herausgearbeitet worden[1]. Dies gilt (selbstverständlich) auch im Rahmen von Investitionsentscheidungen. Bestehen j Investitionsmöglichkeiten (j = 1, 2, ..., m), so ist im Rahmen eines Vorteilsvergleichs die Alternative zu wählen, die das höchste Endvermögen herbeiführt:

(1) $\quad Ev_j \rightarrow \text{Max!}$

Wie ebenfalls bereits in Kurs II dargestellt, läßt sich das Endvermögen am Ende des Planungszeitraums wie folgt definieren:

(2) $$Ev = \sum_{t=0}^{n} (Ze^*_t - Za^*_t) + R.$$

Hierbei gibt Ze^*_t die Einzahlungen und Za^*_t die Auszahlungen des Jahres t an. R gibt den evtl. am Ende des Planungszeitraums noch vorhandenen Restwert des Investitionsobjekts an. Die miteinander zu vergleichenden Einzahlungen und Auszahlungen können mit Hilfe von Finanzplänen dargestellt werden. Sie enthalten dann in explizierter Weise diejenigen Zinseinzahlungen und Zinsauszahlungen, die durch die Finanzierung des jeweiligen Investitionsobjekts hervorgerufen werden.

Anwendung der Regeln der Finanzmathematik

Führen Zahlungsdifferenzen beim Vergleich von Realinvestitionen ausschließlich zu Finanzinvestitionen, so können die Regeln der Finanzmathematik angewendet werden. Geschieht dies, so werden die aus den Supplementinvestitionen entstehenden Zinseinzahlungen und Zinsauszahlungen nicht explizit in den Einzahlungen und Auszahlungen erfaßt. Ihre Berücksichtigung erfolgt dann vielmehr in dem Zinssatz i, mit dem die Supplementinvestitionen verzinst werden. In den Einzahlungen und Auszahlungen sind dann die Einzahlungen und Auszahlungen aus den Supplementinvestitionen nicht mehr erfaßt. Zur besseren Unterscheidung werden diese um die auf den Supplementinvestitionen beruhenden Zinszahlungen geminderten Einzahlungen bzw. Auszahlungen nicht mit Ze^* bzw. Za^*, sondern mit Ze bzw. Za bezeichnet. Wird von einem einheitlichen Kalkulationszinsfuß i ausgegangen, so kann das Endvermögen demnach - wie ebenfalls bereits in Kurs II erörtert - wie folgt dargestellt werden[2]:

Endvermögen bei einheitlichem Kalkulationszinsfuß

(3) $$Ev = \sum_{t=0}^{n} (Ze_t - Za_t) \cdot (1 + i_t)^{n-t} + R.$$

---

1 Vgl. Kurs II, Kurseinheit 2, Gliederungspunkt 1.

2 Zur näheren Begründung siehe die Herleitung der Gleichungen (3) und (4) in Kurs II, Kurseinheit 2, Gliederungspunkt 1.2.

Bei Anwendung der ebenfalls bereits aus Kurs II bekannten Definition

(4) $1 + i_t = q_t$

kann hierfür geschrieben werden:

(5) $$Ev = \sum_{t=0}^{n} (Ze_t - Za_t) \cdot q_t^{n-t} + R.$$

In den Gleichungen (3) und (5) werden die sich aus den Realinvestitionen ergebenden Einzahlungen und Auszahlungen also auf das Ende des Planungszeitraums aufgezinst. Hierbei wird unterstellt, daß die Zahlungen eines Jahres jeweils an dessen Ende anfallen. Trifft diese Prämisse nicht zu, so vernachlässigen die Gleichungen unterjährige Verzinsungen.

Kapitalwert

Lassen sich die Regeln der Finanzmathematik anwenden, so kann in der ebenfalls bereits aus Kurs II bekannten Weise anstatt einer Aufzinsung auf das Ende eine Abzinsung auf den Beginn des Planungszeitraums vorgenommen werden. Der so ermittelte Barwert der abgezinsten Einzahlungen nach Abzug der abgezinsten Auszahlungen wird als **Kapitalwert** (K) des Investitionsobjekts bezeichnet[3]. Er kann wie folgt geschrieben werden:

(6) $$K = \sum_{t=0}^{n} (Ze_t - Za_t) \cdot q_t^{-t} + R \cdot q_t^{-n}.$$

Diskontierungsfaktor

q_t^{-t} wird als *Abzinsungs-* oder *Diskontierungsfaktor* bezeichnet. Wird nicht nur von einem einheitlichen, sondern außerdem von einem im Zeitablauf konstanten Kalkulationszinssatz i ausgegangen und wird außerdem der jährliche Überschuß der Einzahlungen über die Auszahlungen $(Ze_t - Za_t)$ mit Z_t bezeichnet, so vereinfacht sich Gleichung (6) zu:

(7) $$K = \sum_{t=0}^{n} Z_t \cdot q^{-t} + R_n \cdot q^{-n}.$$

Gesonderter Ausweis der Investitionsausgabe

Vielfach beginnen Investitionen mit einer hohen Investitionsausgabe (I). Wird es für zweckmäßig erachtet, diese gesondert auszuweisen, so kann Gleichung (7) wie folgt geschrieben werden:

(8) $$K = -I + \sum_{t=1}^{n} Z_t \cdot q^{-t} + R_n \cdot q^{-n}.$$

Hierbei nimmt I den Wert von Z_0 aus Gleichung (7) an.

---

3 Vgl. dazu auch Bieg, H./Kußmaul, H., Investition, 2000, S. 116 ff.; Bitz, M./Ewert, J./Terstege, U., Investition, 2002, S. 77 ff.; Kruschwitz, L., Investitionsrechnung, 2005, S. 66 ff.; Blohm, H./Lüder, K./Schaefer, C., Investition, 2006, S. 51 ff.

Vorteilskriterium

Ist zu entscheiden, ob eine Realinvestition durchgeführt werden soll oder nicht, so gilt bei Anwendung der Kapitalwertmethode die Bedingung:

(9) $K > 0.$

Die Durchführung der Realinvestition ist also nur dann vorteilhaft, wenn ihr Kapitalwert positiv ist. Nur in diesem Fall bewirkt die Realinvestition nämlich einen Ertrag, der höher ist als der der alternativen Finanzinvestition, die sich zum Kalkulationszinsfuß verzinst. Bei einem negativen Kapitalwert hingegen ist die „Verzinsung" der Realinvestition geringer als der Zinsertrag der alternativen Finanzinvestition; die Durchführung der Realinvestition ist nachteiliger als die Vornahme der alternativen Finanzinvestition. Die Prüfung der Vorteilhaftigkeit einer einzigen Realinvestition beinhaltet somit bereits einen vollständigen *Vorteilsvergleich*. Verglichen wird die *Vorteilhaftigkeit der Realinvestition* mit der Vorteilhaftigkeit einer *alternativen Finanzinvestition (Unterlassensalternative).*

Vollständiger Vorteilsvergleich

Bei einem Vergleich *mehrerer Realinvestitionen* anhand des Kapitalwertkriteriums miteinander ist diejenige die vorteilhafteste, die den *größten Kapitalwert* aufweist. Die Zielfunktion der Gleichung (1) wird somit zu:

Vorteilsvergleich mehrerer Realinvestitionen miteinander

(10) $K_j \rightarrow \text{Max!}$

Die Durchführung der mit Hilfe dieser Zielfunktion ermittelten Realinvestition ist aber nur dann vorteilhaft, wenn sie einen positiven Kapitalwert aufweist. Auch in diesem Fall muß also die Bedingung der Ungleichung (9) erfüllt sein. Andernfalls ist es vorteilhafter, auf alle miteinander verglichenen Realinvestitionen zu verzichten und statt dessen die Vergleichsfinanzinvestition vorzunehmen. Ein Beispiel soll die Zusammenhänge verdeutlichen:

Beispiel

Für die alternativen Investitionsobjekte A und B sind deren Kapitalwerte zu ermitteln. Der Kalkulationszinsfuß beträgt 8 % p. a.
A und B weisen folgende Einzahlungen (+) und Auszahlungen (–) aus:

Zahlungszeitpunkte	t_0	t_1	t_2	t_3
A:	– 1.000	–	–	+ 1.380
B:	– 700	+ 280	+ 550	–

Die Kapitalwerte der Investitionsobjekte A (Ka) und B (Kb) lassen sich wie folgt berechnen:

$K_a = -1.000 + 1.380 \cdot 1{,}08^{-3},$
$K_a = +95{,}49,$
$K_b = -700 + 280 \cdot 1{,}08^{-1} + 550 \cdot 1{,}08^{-2},$
$K_b = +30{,}80.$

Die Kapitalwerte beider Investitionsobjekte sind größer als Null. Damit sind unter Zugrundelegung des Kapitalwertkriteriums beide Realinvestitionen vorteilhafter als eine alternative Finanzinvestition. Letztere verzinst sich annahmegemäß mit 8 % p. a. Kann nur eine der beiden Realinvestitionen durchgeführt werden, so ist die Investition A der Investition B vorzuziehen, da sie den höheren Kapitalwert aufweist.

Problematisch ist die dem Kapitalwertverfahren immanente Prämisse, daß Zahlungsdifferenzen zwischen den Investitionsobjekten zu *Differenzinvestitionen* führen, die sich zum *Kalkulationszinsfuß i verzinsen*. Diese Unterstellung kann bei der Beurteilung der Vorteilhaftigkeit von Realinvestitionen im Einzelfall aus folgenden Gründen realitätsfern sein:

1. Zahlungsdifferenzen müssen nicht zwingend zu Finanzinvestitionen, vielmehr können sie auch zu unterschiedlichen Realinvestitionen verwendet werden.
2. Als Folge einer Realinvestition können positive Finanzanlagen ab- oder aufgebaut, als Folge einer anderen hingegen (teilweise auch) Verbindlichkeiten verändert werden. Positive Finanzanlagen und Verbindlichkeiten dürften i. d. R. unterschiedliche Zinssätze aufweisen.
3. Führen unterschiedliche Realinvestitionen zu Kreditaufnahmen in unterschiedlicher Höhe, können sich unterschiedliche Kreditzinssätze ergeben.

Die grundlegende Prämisse der Kapitalwertmethode, nämlich die Anlage von Zahlungsdifferenzen innerhalb einer Periode zu dem einheitlichen Zinssatz einer Finanzanlage, engt somit den Bereich, innerhalb dessen die Methode unbedenklich angewendet werden kann, ein. Unbedenklich anwendbar ist die Methode nur bei vergleichsweise geringen Zahlungsdifferenzen, die entweder nur auf positive oder nur auf negative Finanzinvestitionen einwirken und deren Zinssätze sich nicht verändern. Wird dieser enge Anwendungsbereich verlassen, so kann die Kapitalwertmethode zu Fehlentscheidungen führen. Will man diese ausschließen, so müssen die tatsächlichen Differenzinvestitionen berücksichtigt werden. Dies setzt die Aufstellung eines *vollständigen Finanzplanes* bis zum Ende des Planungszeitraums voraus. Zielvorstellung ist dann nicht mehr die Kapitalwertmaximierung sondern die *Endvermögensmaximierung*. Bevor man zu dieser aufwendigen Vorgehensweise übergeht, lohnt es sich allerdings im konkreten Einzelfall darüber nachzudenken, ob nicht durch die Schätzung eines Mischkalkulationszinsfußes die Anwendung des Kapitalwertverfahrens doch akzeptabel erscheint. Dies gilt um so mehr, als durch die Besteuerung ein Effekt der Nivellierung der Zinssätze eintritt. Hierauf ist in Kurs II, Kurseinheit 2 unter Gliederungspunkt 2.9 ausführlich eingegangen worden.

Schätzung eines Mischkalkulationszinsfußes

Problematisch kann die Kapitalwertmethode auch hinsichtlich der Festlegung der Höhe des Kalkulationszinsfußes sein. Je nach Höhe des Kalkulationszinssatzes kann sich bei einem Vergleich von zwei Investitionsobjekten einmal das eine, das andere Mal das andere Investitionsobjekt als vorteilhafter erweisen. Ein Beispiel soll dies verdeutlichen.

Beispiel

Die miteinander zu vergleichenden Investitionsobjekte A und B verursachen voraussichtlich folgende Einzahlungen (+) und Auszahlungen (–):

Zahlungszeitpunkte	t_0	t_1	t_2	t_3
A:	–1.000	+800	+300	+200
B:	– 910	+400	+100	+750

Es sollen die Kapitalwerte dieser Investitionsobjekte ermittelt werden. Die Berechnungen sollen sowohl für einen im Zeitablauf gleichbleibenden Kalkulationszinssatz von 8 %, als auch für einen solchen von 2 % vorgenommen werden. Planungshorizont ist der Zeitpunkt t_3.

Wird von einem Kalkulationszinssatz von 8 % ausgegangen, so ergeben sich folgende Kapitalwerte:

$K_a/8\,\% = -1.000 + 800 \cdot 1{,}08^{-1} + 300 \cdot 1{,}08^{-2} + 200 \cdot 1{,}08^{-3}$,
$K_a/8\,\% = +156{,}71$,
$K_b/8\,\% = -910 + 400 \cdot 1{,}08^{-1} + 100 \cdot 1{,}08^{-2} + 750 \cdot 1{,}08^{-3}$,
$K_b/8\,\% = +141{,}48$.

Wird von einem Kalkulationszinssatz von 2 % ausgegangen, so ergeben sich folgende Kapitalwerte:

$K_a/2\,\% = -1.000 + 800 \cdot 1{,}02^{-1} + 300 \cdot 1{,}02^{-2} + 200 \cdot 1{,}02^{-3}$,
$K_a/2\,\% = +261{,}13$,
$K_b/2\,\% = -910 + 400 \cdot 1{,}02^{-1} + 100 \cdot 1{,}02^{-2} + 750 \cdot 1{,}02^{-3}$,
$K_b/2\,\% = +285{,}02$.

Wird von einem Kalkulationszinssatz von 8 % ausgegangen, so erscheint das Investitionsobjekt A vorteilhafter als das Investitionsobjekt B, da der Kapitalwert bei A mit +156,71 um 15,23 höher ist als bei B mit +141,48. Wird hingegen von einem Kalkulationszinssatz von 2 % ausgegangen, so ergibt sich das umgekehrte Ergebnis: Nunmehr ist der Kapitalwert des Investitionsobjekts B mit +285,02 um 23,89 höher als der des Objekts A mit +261,13.

2.2 Methode der äquivalenten Annuitäten

Definition der äquivalenten Annuität

Aus der Kapitalwertmethode läßt sich die Methode der äquivalenten Annuitäten ableiten[4]. Die äquivalente Annuität (A_{nn}) eines Investitionsobjekts (Gewinnannuität) ist die dem Kapitalwert zum Zeitpunkt $t = 0$ äquivalente, sich über die Nutzungsdauer des Projekts erstreckende Jahresrente:

(11) $K = A_{nn} \cdot (1 + i)^{-1} + A_{nn} \cdot (1 + i)^{-2} + \ldots + A_{nn} \cdot (1 + i)^{-n}$,

(12) $K = A_{nn} \cdot [(1 + i)^{-1} + (1 + i)^{-2} + \ldots + (1 + i)^{-n}]$.

4 Vgl. dazu auch Bieg, H./Kußmaul, H., Investition, 2000, S. 120 ff.; Bitz, M./Ewert, J./Terstege, U., Investition, 2002, S. 105 ff.; Blohm, H./Lüder, K./Schaefer, C., Investition, 2006, S. 70 ff.

Werden beide Seiten der Gleichung mit (1 + i) multipliziert, so ergibt sich:

(13) $K \cdot (1 + i) = A_{nn} \cdot [1 + (1 + i)^{-1} + ... + (1 + i)^{-n+1}]$.

Wird die letzte Gleichung von der vorletzten subtrahiert, so ergibt sich:

(14) $- K \cdot i = A_{nn} \cdot [-1 + (1 + i)^{-n}]$,

(15) $A_{nn} = \frac{-K \cdot i}{-1 + (1 + i)^{-n}}$,

(16) $A_{nn} = \frac{K \cdot i}{1 - (1 + i)^{-n}}$,

(17) $A_{nn} = K \cdot \frac{i \cdot (1 + i)^n}{(1 + i)^n - (1 + i)^n \cdot (1 + i)^{-n}}$.

Für A_{nn} erhält man letztlich:

(18) $A_{nn} = K \cdot \frac{i \cdot (1 + i)^n}{(1 + i)^n - 1}$.

Annuitätenfaktor

Der Ausdruck $\frac{i \cdot (1 + i)^n}{(1 + i)^n - 1}$ wird als Annuitätenfaktor bzw. als Wiedergewinnungsfaktor W_{gf} bezeichnet:

(19) $W_{gf} = \frac{i \cdot (1 + i)^n}{(1 + i)^n - 1}$.

Durch Einsetzen von W_{gf} in Gleichung (18) ergibt sich:

(20) $A_{nn} = K \cdot W_{gf}$.

Die Annuität ist also als das Produkt aus Kapitalwert und Wiedergewinnungsfaktor (Annuitätenfaktor) definiert.