

## Algorithmen und Datenstrukturen

Kurseinheit 3:

Grundlegend

Ba

**LESEPROBE**  
**zum Kurs 814**  
**Algorithmen und Datenstrukturen**

Autor:

Prof. Dr. Hermann Gehring

unter Mitarbeit von:

Dr. Andreas Bortfeldt

# I. Inhaltsübersicht

## Kurseinheit 1: Algorithmen und Datenstrukturen

Inhaltsübersicht .....	1
Einleitung .....	3
Glossar .....	5
Lernziele .....	9
1 Grundlagen und Abgrenzungen .....	10
1.1 Modelldenken in der Informationsverarbeitung .....	10
1.2 Einfache und zusammengesetzte Datenobjekte .....	13
1.3 Definition von Datenobjekten .....	15
1.4 Notation von Algorithmen .....	17
1.5 Komplexität von Algorithmen .....	28
2 Grundlegende Datenstrukturen .....	34
2.1 Einfache Datentypen .....	34
2.1.1 Standardtypen .....	34
2.1.2 Aufzählungstyp .....	36
2.1.3 Unterbereichstyp .....	37
2.2 Zusammengesetzte Datentypen .....	38
2.2.1 ARRAY-Typ .....	38
2.2.2 RECORD-Typ .....	41
2.2.3 SET-Typ .....	42
2.2 Zeigertyp .....	45
Lösungen zu den Übungsaufgaben .....	51
Literaturverzeichnis .....	57
Abbildungenverzeichnis .....	58
Tabellenverzeichnis .....	59

Index .....	60
<b>Kurseinheit 2: Algorithmen und Datenstrukturen</b>	
Inhaltsübersicht .....	1
Glossar .....	3
Lernziele .....	7
3 Lineare Datenstrukturen .....	8
3.1 Statische Felder .....	9
3.1.1 Vektoren und dicht besetzte Matrizen .....	10
3.1.2 Dünn besetzte Matrizen .....	11
3.1.3 Dreiecksmatrizen .....	15
3.2 Verkettete Listen .....	18
3.2.1 Verarbeitung linearer Listen bei vorhandenem Zeigerkonzept .....	20
3.2.2 Verarbeitung linearer Listen bei fehlendem Zeigerkonzept .....	30
3.2.3 Weitere Verkettungsformen .....	42
3.2.4 Vor- und Nachteile verketteter Listen .....	49
3.3 Stapel .....	49
3.3.1 Sequentielle Speicherung von Stapeln .....	52
3.3.2 Verkettete Speicherung von Stapeln .....	55
3.4 Schlange .....	58
3.4.1 Sequentielle Speicherung von Schlangen .....	59
3.4.2 Verkettete Speicherung von Schlangen .....	61
Lösungen zu den Übungsaufgaben .....	65
Literaturverzeichnis .....	75
Abbildungsverzeichnis .....	76
Index .....	77

**Kurseinheit 3: Algorithmen und Datenstrukturen**

Inhaltsübersicht .....	1
Glossar .....	3
Lernziele .....	9
4 Grundlegende Algorithmen .....	11
4.1 Suchalgorithmen .....	11
4.1.1 Sequentielle Suche .....	14
4.1.2 Binäre Suche .....	17
4.1.3 Interpolative Suche .....	20
4.2 Sortieralgorithmen .....	23
4.2.1 Sortieren durch Einfügen .....	24
4.2.2 Sortieren durch Auswählen.....	27
4.2.3 Sortieren durch Austauschen .....	29
4.2.4 Sortieren durch Zerlegen.....	30
4.2.5 Komplexität von Sortierverfahren .....	38
4.3 Rekursive Algorithmen .....	41
4.3.1 Rekursionsbegriff.....	41
4.3.2 Rekursion und Iteration.....	42
4.3.3 Rekursive Formulierung des Algorithmus Quicksort .....	45
5 Baumstrukturen.....	48
5.1 Nichtlineare Datenstrukturen und Bäume.....	48
5.2 Darstellung von Binärbäumen .....	53
5.2.1 Geflechtartige Darstellung mit Hilfe von Zeigervariablen .....	54
5.2.2 Schichtenweise sequentielle Darstellung mit niveauweiser Numerierung .....	55
5.2.3 Darstellung mit nicht niveauweiser Numerierung .....	57
5.3 Traversieren von Bäumen .....	59
5.3.1 Traversierungsbegriff.....	59
5.3.2 Rekursive Traversierungsalgorithmen .....	63
5.3.3 Nichtrekursive Traversierungsalgorithmen .....	66
5.4 Suchbäume .....	72
Lösungen zu den Übungsaufgaben .....	81
Literaturverzeichnis .....	99

Abbildungsverzeichnis.....	100
Tabellenverzeichnis .....	101
Index .....	102

#### **Kurseinheit 4: Algorithmen und Datenstrukturen**

Inhaltsübersicht.....	1
Glossar .....	3
Lernziele .....	7
6 Datenspeicherung.....	9
6.1 Grundlegende Zusammenhänge .....	9
6.2 Speicherungsformen .....	12
6.2.1 Sequentielle Speicherung .....	12
6.2.2 Verkettete Speicherung .....	14
6.2.3 Gestreute Speicherung.....	15
6.3 Dateiorganisation.....	27
6.3.1 Sequentielle Dateiorganisation.....	29
6.3.2 Index-sequentielle Dateiorganisation.....	30
6.3.3 Index-verkettete Dateiorganisation .....	35
6.3.4 Gestreute Dateiorganisation .....	37
6.3.5 Dateiorganisation mit B-Bäumen.....	39
6.3.6 Dateiorganisation für Sekundärschlüssel .....	46
Lösungen zu den Übungsaufgaben .....	51
Literaturverzeichnis .....	59
Abbildungsverzeichnis.....	60
Tabellenverzeichnis .....	61
Index .....	62

## II. Leseprobe

### 1. Auszug aus Kurseinheit 3, Kapitel 4

#### 4. Grundlegende Algorithmen

Im vorliegenden Kapitel werden einige Algorithmen vorgestellt, die – ähnlich wie die in Kap. 3 behandelten Operationen auf linearen Datenstrukturen – in unterschiedlichen betrieblichen Anwendungssystemen auftreten können. Aufgrund ihres anwendungsübergreifenden Charakters erscheint die Einstufung als "grundlegende" Algorithmen gerechtfertigt.

Zu diesen Algorithmen gehören u.a. Suchalgorithmen (siehe Kap. 4.1) und Sortieralgorithmen (siehe Kap. 4.2). Such- und Sortieralgorithmen eignen sich als spezielle Verfahren zur Lösung von klar abgrenzbaren Standardproblemen im Rahmen von betrieblichen Anwendungen, nämlich Such- und Sortierproblemen. Die in Kap. 4.3 behandelten rekursiven Algorithmen sind dagegen nicht auf eine spezifische Klasse von Problemen beschränkt. Charakteristisch für einen rekursiven Algorithmus ist vielmehr, daß er sich – direkt oder indirekt – selbst aufruft.

Zwischen Such- und Sortieralgorithmen sowie rekursiven Algorithmen besteht gegebenenfalls eine enge Beziehung. Sie rührt daher, daß sich Sortierprobleme auch auf rekursive Weise formulieren und lösen lassen (vgl. Kap. 4.3.3).

⋮

#### 4.1 Suchalgorithmen

Suchoperationen können die Laufzeit von Anwendungssystemen in ungünstiger Weise beeinflussen, da bei der Suche von Datenobjekten unter Umständen zu sehr vielen oder gar allen Objekten eines gegebenen Bestandes zugegriffen werden muß. Es ist daher sinnvoll, sich grundsätzlich mit Suchverfahren auseinanderzusetzen und der Verfahrenseffizienz besondere Aufmerksamkeit zu widmen.

Der Ablauf der Suche hängt von der Organisation des jeweiligen Datenbestandes und von der Art des Suchkriteriums ab. Hinsichtlich der Datenorganisation kann man u.a. folgende Fallunterscheidungen treffen:

- (1) Suche in fortlaufend gespeicherten Datenbeständen, z.B. das Durchsuchen eines Arrays im Hauptspeicher oder die als ineffizient einzustufende Suche eines Satzes in einer auf einem Magnetband – etwa zu Sicherungszwecken – gespeicherten Datei.
- (2) Suche in verketteten Datenbeständen, z.B. das Durchsuchen einer verketteten Liste im Hauptspeicher.
- (3) Suche in index-sequentiell organisierten Datenbeständen unter Nutzung einer Hilfsorganisation und gewöhnlich unter Einbezug von Externspeicherzugriff-

**Suchalgorithmen,  
Sortieralgorithmen  
und rekursive  
Algorithmen**

**Organisationsformen  
für Datenbestände**

**fortlaufende  
Speicherung**

**verkettete Speicherung**

**index-sequentielle  
Speicherung**

fen. Die angesprochene Hilfsorganisation umfaßt im Kern gewisse Hilfsdateien, die den raschen Zugriff auf extern abgelegte Daten gestatten.

<b>gestreute Speicherung</b>	(4) Suche in gestreut gespeicherten Datenbeständen unter Verwendung einer Adressierungsfunktion und – bei extern abgelegten Beständen – unter Einbezug von Externspeicherzugriffen.
<b>Information Retrieval</b>	(5) Information Retrieval, d.h. Suche in Dokumentenbeständen unter Nutzung von speziellen Hilfsorganisationen wie beispielsweise invertierten Dateien (engl. inverted files).
<b>Suche auf linearen Datenstrukturen</b>	In den Fällen (1) und (2) liegen lineare Datenstrukturen vor, auf denen die Suche ohne Nutzung einer Hilfsorganisation zu realisieren ist. Als Suchargument dient der Inhalt von Datenobjekten. In Frage kommen der Primärschlüssel oder andere Objektbestandteile und zwar als einzelnes oder aus mehreren Komponenten gebildetes Suchargument.
<b>Suche unter Verwendung von Hilfsorganisationen und Adressierungsfunktionen</b>	In den Fällen (3) und (4) wird die Suche unmittelbar durch die verwendete Hilfsorganisation bzw. Adressierungsfunktion beeinflusst. Dient der Primärschlüssel als Suchargument, so prägt die üblicherweise auf den Primärschlüssel bezogene Hilfsorganisation bzw. Adressierungsfunktion die Suche. Andernfalls kommen von der Hilfsorganisation bzw. Adressierungsfunktion unabhängige Suchverfahren in Betracht.
<b>Verknüpfung von Suchargumenten</b>	Für den Fall des Information Retrieval typisch sind Suchargumente, die aus mehreren, miteinander verknüpften Einzelkriterien bestehen. Solche gegebenenfalls recht komplexen Suchausdrücke lassen sich mittels spezieller Hilfsorganisationen auf effiziente Weise abarbeiten.
	Auf Suchverfahren, die sich einer Hilfsorganisation oder einer Adressierungsfunktion bedienen, geht das vorliegende Kapitel nicht ein. Die Behandlung dieser Verfahren erfordert eine detaillierte Darstellung der jeweiligen Form der Datenspeicherung. Der Datenspeicherung ist ein eigenständiges Kapitel gewidmet (siehe Kapitel 6). Die Suche in index-sequentiell und gestreut gespeicherten Datenbeständen sowie das Information Retrieval werden daher in Kapitel 6 angesprochen.
<b>binäre und sequentielle Suche auf linearen Datenstrukturen</b>	Die hier behandelten Fälle (1) und (2) betreffen die Suche in linearen Datenbeständen, für die sich u.a. zwei Suchverfahren eignen, die sequentielle und die binäre Suche. Anders als die sequentielle Suche setzt die binäre Suche jedoch einen nach dem Suchkriterium sortierten Datenbestand voraus. Sind für die Objekte eines Bestandes Zugriffshäufigkeiten bekannt, so läßt sich die sequentielle Suche durch die Sortierung der Objekte nach der Zugriffshäufigkeit beschleunigen. Da die binäre Suche für verkettete Datenbestände nicht geeignet ist, ergeben sich die in Abb. 4.1 genannten Anwendungsmöglichkeiten der sequentiellen und der binären Suche.

Suchverfahren \ Sortierung	Sequentielle Suche	Binäre Suche
unsortiert	sequentielle und verkettete Speicherung	—
nach Zugriffshäufigkeit sortiert	sequentielle und verkettete Speicherung	—
nach Suchkriterium sortiert	sequentielle und verkettete Speicherung	nur sequentielle Speicherung

Vergleich der sequentiellen und der binären Suche

Abb. 4.1. Sequentielle und binäre Suche in linearen Datenstrukturen.

Unterstellt sei, daß lediglich ein Suchargument – nämlich der Primärschlüssel des zu durchsuchenden Datenbestandes – verwendet wird. Es genügt dann, die in Beispiel 4.1 formulierte Suchaufgabe zu betrachten. Sie eignet sich gleichermaßen zur Behandlung der sequentiellen und der binären Suche.

Verwendung nur eines Sucharguments: Primärschlüssel

#### Beispiel 4.1

Gegeben sei ein aus  $n$  Objekten bestehender Datenbestand. Der Bestand sei als Array organisiert. Die Typdefinition lautet:

```
TYPE DATENBESTAND = ARRAY [1..n] OF SATZ;
```

wobei SATZ eine Record-Struktur bezeichne. In dieser Struktur stelle die Komponente *key* den Primärschlüssel dar. Bezeichnet *searchkey* das Suchargument, so lautet die Suchaufgabe: Bestimme den Feldindex *pos* so, daß für die Variable *daten* vom Typ DATENBESTAND gilt:

```
daten[pos].key = searchkey
```

Beispiel zur Verwendung eines Sucharguments

Die in Beispiel 4.1 genannten Typen und Variablen seien explizit und im Zusammenhang definiert:

```
DATA
  CONST n = 1500;
  TYPE
    INDEX = [0..n + 1];
    SATZ = RECORD
      key : INTEGER;
      beschreibung : ARRAY [1..12] OF CHAR;
      ...;
    END;
    DATENBESTAND = ARRAY [1..n] OF SATZ;
  VARIABLE
    daten : DATENBESTAND;
    searchkey : INTEGER;
```

Datendefinition mit numerischem Suchschlüssel



Das Beispiel 4.1 und die dazugehörigen Datendefinitionen beinhalten zwei Einschränkungen:

- Als Suchargument wird nur der Primärschlüssel zugelassen.
- Es wird nur die sequentielle Speicherungsform betrachtet.

Diese Einschränkungen betreffen die binäre Suche, die laut Abb. 4.1 nur auf sequentiell und nach dem Primärschlüssel sortiert abgespeicherte Datenbestände anwendbar ist. Für die prinzipielle Vorgehensweise bei der sequentiellen Suche ist es dagegen unerheblich, ob der zu durchsuchende Datenbestand sequentiell oder verkettet gespeichert ist und ob das Suchkriterium nur aus einem einzelnen Suchargument oder aus einem komplexen Suchausdruck besteht. Insofern genügt es hier, lediglich die formulierte Suchaufgabe zu betrachten.

### 4.1.1 Sequentielle Suche

In Kapitel 1 wurde die sequentielle Suche bereits angesprochen (siehe Kap. 1.5, Beispiel 1.3). Die dort angegebene Suchaufgabe entspricht im wesentlichen der hier betrachteten Formulierung (siehe Beispiel 4.1).

Ist der zu durchsuchende Datenbestand nicht nach dem Primärschlüssel sortiert, so eignet sich folgende Prozedur zur sequentiellen Suche:

#### Prozedur zur sequentiellen Suche

```

PROCEDURE seqsuch( daten : DATENBESTAND;
                  searchkey : INTEGER;
                  VARIABLE found : BOOLEAN;
                  VARIABLE pos : INDEX);
BEGIN
  pos := 1;
  WHILE (pos < n + 1) AND (daten[pos].key ≠ searchkey) DO
    pos := pos + 1;
  ENDWHILE;
  IF (pos = n + 1) THEN
    found := FALSE;
  ELSE
    found := TRUE;
  ENDIF;
END seqsuch;

```

Beginnend beim ersten Satz wird mit Hilfe des laufenden Feldindex *pos* nacheinander auf die im Feld *daten* abgelegten Sätze zugegriffen bis schließlich der gesuchte Satz gefunden ist oder die Suche ohne Erfolg endet. Für die Anzahl der Durchläufe der WHILE-Schleife gilt:

#### Ablauf der Prozedur *seqsuch*

- Ist der erste Satz der gesuchte Satz, so wird die Schleife keinmal durchlaufen.
- Ist der letzte bzw. *n*-te Satz der gesuchte Satz, so wird die Schleife *n* - 1 mal durchlaufen.

- Ist der gesuchte Satz nicht in der Datei enthalten, so wird die Schleife nach  $n$  Durchläufen abgebrochen; der Index  $pos$  besitzt dann den Wert  $n + 1$ .

Im letztgenannten Fall zeigt die Statusvariable *found* die erfolglose Suche mit dem Wert FALSE an. In allen anderen Fällen war die Suche erfolgreich und *found* wird daher auf TRUE gesetzt.

Durch eine Vereinfachung des Bedingungsteils der WHILE-Schleife kann man die sequentielle Suche etwas beschleunigen. Allerdings muß dann der Datentyp DATENBESTAND um einen Platz erweitert werden:

```
CONST n = 1500;
TYPE
  INDEX = [0 .. n + 1];
  DATENBESTAND = ARRAY [1 .. n + 1] OF SATZ;
```

**Aufnahme eines  
zusätzlichen  
Datenobjekts als  
"Endmarke"**

Die Prozedur zur beschleunigten sequentiellen Suche lautet:

```
PROCEDURE bseqsuch (daten : DATENBESTAND;
                   searchkey : INTEGER;
                   VARIABLE found : BOOLEAN;
                   VARIABLE pos : INDEX);
BEGIN
  daten[n + 1].key := searchkey;
  pos := 1;
  WHILE (daten[pos].key ≠ searchkey) DO
    pos := pos + 1;
  ENDWHILE;
  IF (pos = n + 1) THEN
    found := FALSE;
  ELSE
    found := TRUE;
  ENDIF;
END bseqsuch;
```

**beschleunigte Fassung  
der Prozedur *seqsuch***

Die hinzugekommene  $(n + 1)$ -te Position des Feldes *daten* nimmt den Suchschlüsselwert auf. Ein Durchsuchen des Feldes *daten* führt also spätestens für den Index  $pos = n + 1$  zum Lesen des gesuchten Schlüssels. Im Bedingungsteil der WHILE-Schleife ist daher die Einzelbedingung  $(pos < n + 1)$  überflüssig. Die Vereinfachung des Bedingungsteils bewirkt eine entsprechend geringere Suchzeit.

**Vereinfachung des  
Bedingungsteils der  
WHILE-Schleife**

Endet die Suche mit dem Indexwert  $pos = n + 1$ , so ist der gesuchte Satz nicht im Datenbestand enthalten. Andernfalls bezeichnet der Index  $pos$  mit einem Wert  $pos \in [1, n]$  die Feldkomponente, in welcher der gesuchte Satz abgelegt ist.

**Indexwert zeigt den  
Erfolg der Suche an**

Sind die Sätze  $daten[pos]$ ,  $pos = 1, \dots, n$ , mit unterschiedlichen Wahrscheinlichkeiten Gegenstand der Suche, so läßt sich die Suche gegebenenfalls durch das Sortieren der Sätze nach diesen "Suchwahrscheinlichkeiten" beschleunigen. Be-

**Suchwahrscheinlich-  
keiten**

zeichne  $p(pos)$ ,  $pos = 1, \dots, n$ , die Wahrscheinlichkeit dafür, daß der unter dem Indexwert  $pos$  abgelegte Satz Gegenstand der Suche sei, wobei gilt:

$$\sum_{pos=1}^n p(pos) = 1. \quad (4.1)$$

Dann beträgt die Anzahl der Zugriffe zu Sätzen bei einer Suche im Mittel:

**Anzahl der Zugriffe  
im Mittel**

$$\bar{f}(n) = \sum_{pos=1}^n pos \cdot p(pos). \quad (4.2)$$

Werden alle Sätze mit gleicher Wahrscheinlichkeit gesucht, gilt also:

$$p(1) = p(2) = \dots = p(n) = 1/n,$$

so erhält man für den Mittelwert der Rechenzeitfunktion  $f(n)$ :

**Rechenzeitfunktion bei  
gleichen  
Suchwahrscheinlich-  
keiten**

$$\bar{f}(n) = \sum_{pos=1}^n pos \cdot 1/n = 1/n \cdot \sum_{pos=1}^n pos = 1/n \cdot n \cdot (n+1)/2,$$

bzw.

$$\bar{f}(n) = (n+1)/2. \quad (4.3)$$

Dieses Ergebnis ist bereits aus dem in Kapitel 1.5 behandelten Beispiel 1.3 bekannt.

Sind im Falle ungleicher Suchwahrscheinlichkeiten die Sätze des Feldes *daten* nach fallenden Wahrscheinlichkeiten sortiert, gilt also:

$$p(1) \geq p(2) \geq \dots \geq p(n),$$

so nimmt  $\bar{f}(n)$  einen minimalen Wert an. Betrachtet werde ein hypothetischer Fall, der durch folgende Suchwahrscheinlichkeiten gekennzeichnet ist:

$$p(pos) = 1/(2^{pos}) \text{ für } pos = 1, \dots, n-1, \quad (4.4)$$

und

$$p(pos) = 1/(2^{n-1}) \text{ für } pos = n. \quad (4.5)$$

Für den Mittelwert  $f(n)$  gilt dann (ohne Herleitung):

**Rechenzeitfunktion bei  
fallenden  
Suchwahrscheinlich-  
keiten**

$$\bar{f}(n) = 2 - 2^{1-n}. \quad (4.6)$$

Im Mittel wären also weniger als zwei Zugriffe erforderlich, um einen gesuchten Satz zu finden. Dieses Resultat erscheint plausibel, wenn man die nach den Be-

ziehungen (4.4) und (4.5) stark fallenden Suchwahrscheinlichkeiten berücksichtigt. Sie entwickeln sich wie folgt:

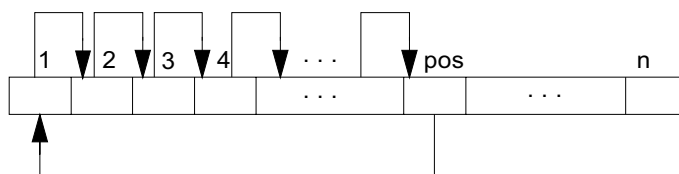
$$p(1) = 1/2, p(2) = 1/4, p(3) = 1/8, p(4) = 1/16 \text{ usw.}$$

Die kumulierte Suchwahrscheinlichkeit für das erste und zweite Element beträgt demnach immerhin 0,75 bzw. 75 %.

In der Praxis werden numerische Werte für Suchwahrscheinlichkeiten kaum bekannt sein. Ist man sich jedoch sicher, daß die Suchwahrscheinlichkeiten der gesuchten Objekte erheblich differieren, so führt folgender pragmatischer Ansatz zu geringeren Suchzeiten:

### Beispiel 4.2

Das Datenobjekt, das bei einer erfolgreichen sequentiellen Suche als zutreffend ermittelt wurde, zieht man auf die erste Feldposition vor. In der schematischen Darstellung bezeichnet *pos* dieses Objekt:



Nach einer "Einschwingphase", in der ein aufwendiges Umspeichern der jeweils links von *pos* befindlichen Objekte in Kauf zu nehmen ist, stehen die am häufigsten benötigten Objekte am Anfang des Feldes.

**Einschwingphase beim Sortieren nach Zugriffshäufigkeit**

Verfolgt man den in Beispiel 4.2 genannten Ansatz, so kommt während einer Einschwingphase, deren Dauer von der Zugriffshäufigkeit zu dem betrachteten Datenbestand abhängt, die Prozedur *umspsuch* zur Anwendung. Nach dem Ende dieser Phase wird man beispielsweise die Prozedur *bseqsuch* anwenden. Handelt es sich bei dem durchsuchten Bestand um längerfristig gehaltene Daten, so ist eine Wiederholung der Einschwingphase in größeren Zeitabständen empfehlenswert.

**Sequentielle Suche mit Vorziehen und Umspeichern**

### 4.1.2 Binäre Suche

Bekanntlich setzt die binäre Suche einen nach dem Suchkriterium sortierten Datenbestand voraus (vgl. hierzu Abb. 4.1). In der Regel liegt eine Sortierung nach steigenden Primärschlüsselwerten vor. Die Vorgehensweise ist etwa die folgende:

Der gegebene Suchschlüssel wird mit dem Schlüssel des Datenobjekts in der Mitte des Bestandes verglichen. Bei Gleichheit ist das Objekt das Gesuchte und die Suche wird beendet. Bei Ungleichheit wird festgestellt, ob der Suchschlüssel kleiner oder größer als der Schlüssel des Objekts in der Bestandsmitte ist. Abhängig davon liegt das gesuchte Objekt in der unteren oder oberen Bestandshälfte. Nun

**setzt nach Suchkriterium sortierten Datenbestand voraus sukzessive Zweiteilung des Datenbestands und Vergleich mit dem mittleren Element**

wird auf das Objekt in der Mitte der zutreffenden Bestandshälfte zugegriffen und in analoger Weise wie zuvor für den gesamten Bestand verfahren. Die fortgesetzte Zweiteilung von Bestandsteilen führt schließlich zur Lokalisierung des gesuchten Objekts, vorausgesetzt, es ist im Bestand enthalten.

Das Prinzip der sukzessiven Zweiteilung von immer kleiner werdenden Bestandsteilen schlägt sich in dem Begriff "binäre" Suche nieder. Aus dem gleichen Grunde spricht man auch von bisektioneller Suche. Zur weiteren Verdeutlichung dieses Suchprinzips diene Abb. 4.2.

#### Suchschema der binären Suche

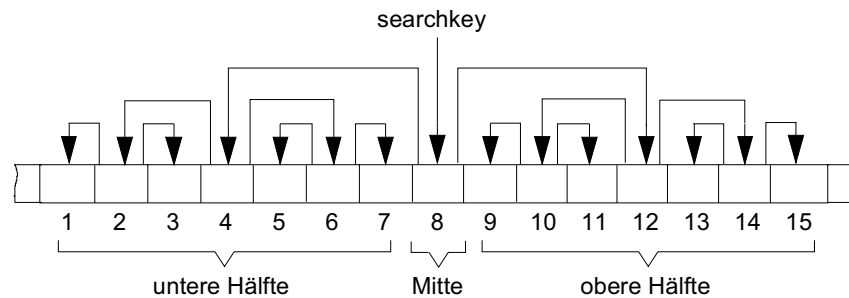


Abb. 4.2. Suchschema der binären Suche.

#### symmetrische Zugriffsstruktur

In Abb. 4.2 repräsentieren die Pfeile Zugriffe zu Datenobjekten. Auffällig ist die symmetrische Zugriffsstruktur. Sie zeigt, daß für das Lokalisieren eines Objekts minimal 1 Zugriff und maximal 4 Zugriffe erforderlich sind. Der Grund für die Ausgewogenheit der Zugriffsstruktur liegt im Umfang des Datenbestandes. Der Bestand umfaßt  $2^4 - 1$  bzw. 15 Sätze. Eine derart ausgewogene Zugriffsstruktur erhält man stets, wenn für die Anzahl der Sätze eines Bestandes gilt:

$$n = 2^r - 1, r = 2, 3, 4, \dots \quad (4.7)$$

Ist die Beziehung (4.7) erfüllt, so läßt sich die binäre Suche wie folgt als Prozedur formulieren:

#### Prozedur zur binären Suche

```

PROCEDURE binsuch( daten : DATENBESTAND;
                  searchkey : INTEGER;
                  VARIABLE found : BOOLEAN;
                  VARIABLE pos : INDEX);

DATA
  VARIABLE ug, mitte, og : INDEX;   {Untergrenze, Mitte, Obergrenze}

BEGIN
  pos := 0;                          {Zeiger initialisieren}
  ug := 1;                            {Untergrenze setzen}
  og := n;                            {Obergrenze setzen}
  found := FALSE;                    {Statusvariable initialisieren}
  WHILE (ug ≤ og) AND (NOT found) DO
    mitte := (ug + og)/2;
    IF (searchkey < daten[mitte].key) THEN
      og := mitte - 1;                {Obergrenze korrigieren}
  
```

```

ELSE
  IF (searchkey > daten[mitte].key) THEN
    ug := mitte + 1;           {Untergrenze korrigieren}
  ELSE
    found := TRUE;           {erfolgreiche Suche}
    pos := mitte;           {Satz anzeigen}
  ENDIF;
ENDIF;
ENDWHILE;
END binsuch;

```

Auf die Initialisierung der Zeigervariablen *pos* und der Statusvariablen *found* sowie das Setzen der Bestandsunter- und obergrenze *ug* und *og* folgt eine WHILE-Schleife, die den eigentlichen Suchprozeß beschreibt. Im Schleifenrumpf wird zunächst der Index *mitte* des Objekts in der Bestandsmitte berechnet. Es folgt eine IF-Anweisung, deren THEN-Zweig dann ausgeführt wird, wenn sich der gesuchte Satz in der unteren Bestandshälfte befindet. Die Ausführung besteht in der Korrektur der Obergrenze *og* derart, daß *ug* und *og* nunmehr die untere Bestandshälfte begrenzen; diese Hälfte würde dem weiteren Vorgehen – insbesondere der erneuten Berechnung des Index *mitte* – zugrunde liegen.

**Erläuterung zur Prozedur binsuch**

**gesuchter Satz in unterer Bestandshälfte**

Befindet sich dagegen der gesuchte Satz nicht in der unteren Hälfte, so kommt der ELSE-Zweig der IF-Anweisung zur Ausführung. In diesem Zweig sind zwei weitere Fälle abzuhandeln:

**oder**

- erstens, der gesuchte Satz befindet sich in der oberen Bestandshälfte, und
- zweitens, der Satz in der Bestandsmitte ist der gesuchte Satz.

**in oberer Bestandshälfte oder in der Mitte**

Dies geschieht mit Hilfe einer weiteren IF-Anweisung. Trifft der erstgenannte Fall zu, so wird die untere Bestandsgrenze entsprechend korrigiert. Andernfalls wird die Statusvariable *found* auf TRUE gesetzt und der Zeiger *pos* auf den gefundenen Satz gerichtet.

Die Suche endet, falls der gesuchte Satz gefunden wurde – dann führt der Wert *found = TRUE* zum Abbruch der WHILE-Schleife – oder falls sich der gesuchte Satz nicht im Bestand befindet. Im letzteren Fall führt die Verletzung der Bedingung  $ug \leq og$  zum Schleifenabbruch. Eine Verletzung dieser Bedingung tritt durch das Verschieben der Obergrenze *og* unter den Wert von *ug* oder durch das Verschieben der Untergrenze *ug* über den Wert von *og* auf.

**Ende bei erfolgloser Suche**

Die Komplexität der binären Suche läßt sich wie folgt charakterisieren. Die Anzahl der Suchschritte (Vergleichsoperationen) beträgt im schlechtesten Fall:

**Komplexität der binären Suche**

$$f(n) = \lceil ld(n+1) \rceil, \quad (4.8)$$

und die mittlere Anzahl der Suchschritte ist für große *n* etwa:

$$\bar{f}(n) \approx ld(n+1) - 1. \quad (4.9)$$

In den Beziehungen (4.8) und (4.9) steht *ld* für den Logarithmus zur Basis 2 (logarithmus dualis);  $\lceil x \rceil$  bedeutet die kleinste ganze Zahl *y*, für die  $y \geq x$  ist.

**Vorteil der binären Suche**

Im Vergleich zur sequentiellen Suche ist die binäre Suche ein sehr effizientes Verfahren. Beträgt die Anzahl der Sätze eines zu durchsuchenden Datenbestandes beispielsweise  $n = 1000000$  (eine Million), so gilt für die mittlere Anzahl der Suchschritte:

- sequentielle Suche :  $\bar{f}(n) = (n + 1)/2 \approx 500000,$
- binäre Suche :  $\bar{f}(n) = \lg n - 1 \approx 20.$

**Die Anwendung der binären Suche setzt sortierten Datenbestand wahlfreien Zugriff und ein einfaches Suchkriterium voraus**

Dem Vorteil der Effizienz der binären Suche, stehen mehrere Nachteile bzw. Einschränkungen gegenüber (vgl. auch die Ausführungen zu Beginn des Kap. 4.1):

- Eine zu durchsuchende Menge von Objekten muß nach dem Suchkriterium sortiert abgelegt sein. Dies führt bei anderen Operationen, so etwa bei dem Einfügen von Elementen, zu einem höheren Aufwand als bei unsortierter Speicherung.
- Auf die Objekte muß ein direkter Zugriff möglich sein, etwa mittels eines Feldindex als Selektor.
- Als Suchargument kommen keine miteinander verknüpften Einzelkriterien in Frage.

Berücksichtigt man die erwähnten Vor- und Nachteile, so kommt die binäre Suche vornehmlich dann in Betracht, wenn ein wenig variabler Datenbestand häufig zu durchsuchen ist.